

Test č. 1

Kuželosečky, afinita a kolineace

1. (a) Je dána elipsa $\mathcal{E}(F_1, F_2, a)$, $|F_1F_2| < 2a$. Sestrojte několik bodů elipsy, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruuje kružnice z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána elipsa $\mathcal{E}(A, B, e)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k elipse $\mathcal{E}$, určete body dotyku.
- (c) Je dána elipsa $\mathcal{E}(A, B, e)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k elipse $\mathcal{E}$, určete body dotyku.

U úloh (a), (b) a (c) sestrojte krom tečen také elipsu.

- NP (a) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(F_1, F_2, a)$, $|F_1F_2| > 2a$. Sestrojte několik bodů hyperboly, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruuje kružnice z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(F_1, F_2, A)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k hyperbole $\mathcal{H}$, určete body dotyku.
- (c) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(A, B, e)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k hyperbole $\mathcal{H}$, určete body dotyku.

Úloha nemá řešení pro směr s , pokud s' , kde $s' \parallel s$, $S \in s'$, neleží v úhlu asymptot obsahující vedlejší osu hyperboly $\mathcal{H}$.

- NP (a) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$. Sestrojte několik bodů paraboly, hyperoskulační kružnici, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruuje přímky z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k parabole $\mathcal{P}$, určete body dotyku.
- (c) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k parabole $\mathcal{P}$, určete body dotyku.

2. Ve středové kolineaci $(S, o, u \rightarrow \infty u')$ je dán $\triangle ABC$, $A \in u$, sestrojte jeho kolineární obraz $A'B'C'$. $S[18; 57]$, $o(-16; -15)$, $u(30; 28)$, $A[30; 0]$, $B[-60; 31]$, $C[8; -16]$.

Souřadnice přímky $o(x, y) \dots x$ je souřadnice průsečíku osy kolineace o s x -ovou osou souřadné soustavy, y je souřadnice průsečíku osy kolineace o s y -ovou osou souřadné soustavy.

3. Ve středové kolineaci $(S, o, A \rightarrow A')$ najděte kolineární obraz pravidelného šestiúhelníku $ABCDEF$.
4. Ve středové kolineaci $(S, o, u \rightarrow \infty u')$ sestrojte odpovídající přímky k přímkám a, b, c . Poloha přímky a vůči ose o je různoběžná, b je s osou rovnoběžná, c je k ose kolmá, u je úběžnice, k níž koresponduje nevlastní přímka $\infty u'$ roviny.
5. Je dána afinita $(o, A \rightarrow A')$. K danému pravidelnému pětiúhelníku $ABCDE$ sestrojte afinní obraz $A'B'C'D'E'$.
6. Je dána afinita $(o, S \rightarrow S')$. Určete obraz kružnice $k(S, r)$.

- NP Elipsa je určena sdruženými průměry KL, MN . Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny z vnějšího bodu R .

^{NP} Elipsa je určena sdruženými průměry KL , MN . Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny tak, aby byly rovnoběžné s daným směrem s .

Elipse e určené sdruženými průměry KL , MN přiřadíme afinně kružnici e' (např. nad průměrem KL , tedy $K \equiv K'$, $L \equiv L'$; $M \rightarrow M'$). Osa afinity $o \equiv KL$ a dvojice odpovídajících bodů M , M' určují afinitu.

7. Elipsa je dána sdruženými průměry. Vyrýsujte elipsu (*Rytzova konstrukce os elipsy*).

I. Elipsa: Elipsa $\mathcal{E}$ je množina všech bodů v $\mathbb{E}_2$, které mají od dvou pevných (různých) bodů v $\mathbb{E}_2$, zvaných ohniska (značíme F_1 , F_2) stálý součet vzdáleností rovný $2a$, který je větší než vzdálenost obou ohnisek.

Věta_T: V každém bodě $\mathcal{E}$ existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a pólí *vnitřní úhel průvodičů*.

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohnisek elipsy $\mathcal{E}$ na její tečny je *vrcholová kružnice* $k(S, a)$.

Věta_Q: Množina bodů Q souměrně sdružených s jedním ohniskem elipsy $\mathcal{E}$ (například F_1) podle jejich tečen je *řídící kružnice* se středem v druhém ohnisku (F_2) a poloměrem $r = 2a$. Přitom platí $T \in QF_2$.

II. Hyperbola: Hyperbola $\mathcal{H}$ je množina všech bodů v $\mathbb{E}_2$, které mají od dvou pevných (různých) bodů v $\mathbb{E}_2$, zvaných ohniska (značíme F_1 , F_2) stálý rozdíl vzdáleností rovný $2a$, který je menší než vzdálenost obou ohnisek.

Věta_T: V každém bodě $\mathcal{H}$ existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a pólí *vnitřní úhel průvodičů*.

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohnisek hyperboly $\mathcal{H}$ na její tečny je *vrcholová kružnice* $k(S, a)$.

Věta_Q: Množina bodů Q souměrně sdružených s jedním ohniskem hyperboly $\mathcal{H}$ (například F_1) podle jejich tečen je *řídící kružnice* se středem v druhém ohnisku (F_2) a poloměrem $r = 2a$. Přitom platí $T \in QF_2$.

III. Parabola: Parabola $\mathcal{P}$ je množina všech bodů v $\mathbb{E}_2$, které mají od pevného bodu F v $\mathbb{E}_2$, zvaného ohnisko, a pevné přímky d , zvané řídící přímka, která tímto bodem neprochází, stejné vzdálenosti.

Věta_T: V každém bodě $\mathcal{P}$ existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a pólí *vnitřní úhel průvodičů*. $\Rightarrow t_V \parallel d$.

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohniska F paraboly $\mathcal{P}$ na její tečny je *vrcholová tečna* t_V .

Věta_Q: Množina bodů Q , souměrně sdružených s ohniskem F podle tečen paraboly $\mathcal{P}$, je *řídící přímka* d .

Věta: Subtangenta je půlena vrcholem V .

Věta: Délka subnormály je rovna velikosti parametru p .

Věta: Součet subtangenty a subnormály je půlen ohniskem F .

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „doplnit“ znamená dorýsovat daný příklad.

Úlohy označené ^{NP} znamenají nepovinné příklady a student je nemusí rýsovat a odevzdat.