Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.

A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.

A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

- jsou obě parciální derivace prvního řádu nulové

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.
A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

- jsou obě parciální derivace prvního řádu nulové – tzv. stacionární body,

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.

A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

- jsou obě parciální derivace prvního řádu nulové – tzv. stacionární body,
- nebo alespoň jedna parciální derivace prvního řádu neexistuje.

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.
A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

- jsou obě parciální derivace prvního řádu nulové – tzv. stacionární body,
- nebo alespoň jedna parciální derivace prvního řádu neexistuje.

Spočtěme parciální derivace prvního řádu:

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.
A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

- jsou obě parciální derivace prvního řádu nulové – tzv. stacionární body,
- nebo alespoň jedna parciální derivace prvního řádu neexistuje.

Spočtěme parciální derivace prvního řádu:

$$f'_x(x, y) \equiv -8x^3 + 2x$$

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x,y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.

A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

- jsou obě parciální derivace prvního řádu nulové – tzv. stacionární body,
- nebo alespoň jedna parciální derivace prvního řádu neexistuje.

Spočtěme parciální derivace prvního řádu:

$$f'_x(x,y) \equiv -8x^3 + 2x$$
$$f'_y(x,y) \equiv -4y^3 + 4y$$

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.

A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

- jsou obě parciální derivace prvního řádu nulové – tzv. stacionární body,
- nebo alespoň jedna parciální derivace prvního řádu neexistuje.

Spočtěme parciální derivace prvního řádu:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &\equiv -8x^3 + 2x \\ f'_y(x, y) &\equiv -4y^3 + 4y \end{aligned}$$

Je vidět, že

$$D_{f'_x} = D_{f'_y} = D_f$$

– *tj. daná funkce f má parciální derivace prvního řádu všude v* $\mathbb{R}^2$.

Příklad. Na množině $\mathbb{R}^2$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - 2x^4 - y^4 + x^2 + 2y^2.$$

Řešení rozdělíme do dvou částí.

A) Nejprve určíme body podezřelé z lokálních extrémů. Jsou to body z definičního oboru funkce f, ve kterých:

- jsou obě parciální derivace prvního řádu nulové – tzv. stacionární body,
- nebo alespoň jedna parciální derivace prvního řádu neexistuje.

Spočtěme parciální derivace prvního řádu:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) &\equiv -8x^3 + 2x \\ f'_y(x, y) &\equiv -4y^3 + 4y \end{aligned}$$

Je vidět, že

$$D_{f'_x} = D_{f'_y} = D_f$$

– *tj. daná funkce f má parciální derivace prvního řádu všude v* $\mathbb{R}^2$.

Tedy nastává situace, že pokud má naše funkce f lokální extrém, nutně je nabýván ve stacionárním bodě.

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \left\{ \begin{array}{l} -8x^3 + 2x = 0 \\ \\ \end{array} \right.$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ \end{cases}$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \left\{ \begin{array}{l} -8x^3 + 2x = 0 \qquad \Longleftrightarrow \qquad x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 \end{array} \right.$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 & \iff & x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 & \iff & y \cdot (y-1) \cdot (y+1) = 0 \end{cases}$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 & \iff & x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 & \iff & y \cdot (y-1) \cdot (y+1) = 0 \end{cases}$$

Z první rovnice dostáváme tři různé kořeny:

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 & \iff \quad x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 & \iff \quad y \cdot (y-1) \cdot (y+1) = 0 \end{cases}$$

Z první rovnice dostáváme tři různé kořeny:

$$x_1 = 0, \; x_{2,3} = \pm 1/2;$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 & \Longleftrightarrow \quad x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 & \Longleftrightarrow \quad y \cdot (y-1) \cdot (y+1) = 0 \end{cases}$$

Z první rovnice dostáváme tři různé kořeny:

$$x_1 = 0,\ x_{2,3} = \pm 1/2;$$

z druhé rovnice také tři kořeny:

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S:\ \begin{cases} -8x^3+2x=0 & \iff \quad x\cdot(2x-1)\cdot(2x+1)=0 \\ -4y^3+4y=0 & \iff \quad y\cdot(y-1)\cdot(y+1)=0 \end{cases}$$

Z první rovnice dostáváme tři různé kořeny:

$$x_1=0,\ x_{2,3}=\pm 1/2;$$

z druhé rovnice také tři kořeny:

$$y_1=0,\ y_{2,3}=\pm 1.$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 & \Longleftrightarrow & x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 & \Longleftrightarrow & y \cdot (y-1) \cdot (y+1) = 0 \end{cases}$$

Z první rovnice dostáváme tři různé kořeny:

$$x_1 = 0,\ x_{2,3} = \pm 1/2;$$

z druhé rovnice také tři kořeny:

$$y_1 = 0,\ y_{2,3} = \pm 1.$$

Celkem máme tedy devět stacionárních bodů:

$$S_1 = [0,0],\ S_{2,3} = [0, \pm 1],$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 & \iff & x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 & \iff & y \cdot (y-1) \cdot (y+1) = 0 \end{cases}$$

Z první rovnice dostáváme tři různé kořeny:

$$x_1 = 0, \; x_{2,3} = \pm 1/2;$$

z druhé rovnice také tři kořeny:

$$y_1 = 0, \; y_{2,3} = \pm 1.$$

Celkem máme tedy devět stacionárních bodů:

$$S_1 = [0,0], \; S_{2,3} = [0, \pm 1], \; S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right], \; S_{5,6} = \left[\frac{1}{2}, \pm 1\right],$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 & \iff & x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 & \iff & y \cdot (y-1) \cdot (y+1) = 0 \end{cases}$$

Z první rovnice dostáváme tři různé kořeny:

$$x_1 = 0,\ x_{2,3} = \pm 1/2;$$

z druhé rovnice také tři kořeny:

$$y_1 = 0,\ y_{2,3} = \pm 1.$$

Celkem máme tedy devět stacionárních bodů:

$$S_1 = [0,0],\ S_{2,3} = [0,\pm 1],\ S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right],\ S_{5,6} = \left[\frac{1}{2}, \pm 1\right],\ S_7 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right],\ S_{8,9} = \left[-\frac{1}{2}, \pm 1\right].$$

Napišme soustavu vedoucí na stacionární body:

$$S: \begin{cases} -8x^3 + 2x = 0 & \iff & x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) = 0 \\ -4y^3 + 4y = 0 & \iff & y \cdot (y-1) \cdot (y+1) = 0 \end{cases}$$

Z první rovnice dostáváme tři různé kořeny:

$$x_1 = 0,\ x_{2,3} = \pm 1/2;$$

z druhé rovnice také tři kořeny:

$$y_1 = 0,\ y_{2,3} = \pm 1.$$

Celkem máme tedy devět stacionárních bodů:

$$S_1 = [0,0],\ S_{2,3} = [0, \pm 1],\ S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right],\ S_{5,6} = \left[\frac{1}{2}, \pm 1\right],\ S_7 = \left[-\frac{1}{2}, 0\right],\ S_{8,9} = \left[-\frac{1}{2}, \pm 1\right].$$

Dostáváme dílčí výsledek: Daná funkce f má právě devět stacionárních bodů v $\mathbb{R}^2$, a tedy (viz podbarvený text na předchozí straně – klikni zde) nejvýše devět bodů lokálních extrémů.

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému.

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x, y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} =$$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x, y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2 + 2 & 0 \\ 0 & -12y^2 + 4 \end{vmatrix}.$$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) =$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} =$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální ...

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) =$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) =$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} =$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0,1]$ a $S_3 = [0,-1]$ funkce f nemá extrémy,

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0,1]$ a $S_3 = [0,-1]$ funkce f nemá extrémy, jsou to tzv. sedlové body.

Podobně $D(S_4) = D(S_7) =$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0,1]$ a $S_3 = [0,-1]$ funkce f nemá extrémy, jsou to tzv. sedlové body.

Podobně $D(S_4) = D(S_7) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} =$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0,1]$ a $S_3 = [0,-1]$ funkce f nemá extrémy, jsou to tzv. sedlové body.

Podobně $D(S_4) = D(S_7) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16 < 0$, v bodech $S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right]$ a $S_7 = [-\frac{1}{2}, 0]$ má funkce f také sedlové body; nemá zde ani lokální maximum, ani lokální minimum.

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0,1]$ a $S_3 = [0,-1]$ funkce f nemá extrémy, jsou to tzv. sedlové body.

Podobně $D(S_4) = D(S_7) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16 < 0$, v bodech $S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right]$ a $S_7 = [-\frac{1}{2}, 0]$ má funkce f také sedlové body; nemá zde ani lokální maximum, ani lokální minimum.

Spočítejme hodnotu determinantu pro zbyvající body.

$$D(S_5) = D(S_6) = D(S_8) = D(S_9) =$$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x, y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2 + 2 & 0 \\ 0 & -12y^2 + 4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0, 0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0, 1]$ a $S_3 = [0, -1]$ funkce f nemá extrémy, jsou to tzv. sedlové body.

Podobně $D(S_4) = D(S_7) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16 < 0$, v bodech $S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right]$ a $S_7 = [-\frac{1}{2}, 0]$ má funkce f také sedlové body; nemá zde ani lokální maximum, ani lokální minimum.

Spočítejme hodnotu determinantu pro zbyvající body.

$$D(S_5) = D(S_6) = D(S_8) = D(S_9) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} =$$

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0,1]$ a $S_3 = [0,-1]$ funkce f nemá extrémy, jsou to tzv. sedlové body.

Podobně $D(S_4) = D(S_7) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16 < 0$, v bodech $S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right]$ a $S_7 = [-\frac{1}{2}, 0]$ má funkce f také sedlové body; nemá zde ani lokální maximum, ani lokální minimum.

Spočítejme hodnotu determinantu pro zbyvající body.

$$D(S_5) = D(S_6) = D(S_8) = D(S_9) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = 32 > 0,$$

přitom $f''_{xx}(S_5) = f''_{xx}(S_6) = f''_{xx}(S_8) = f''_{xx}(S_9) = -4 < 0$, tedy ve všech těchto bodech je lokální ...

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0,1]$ a $S_3 = [0,-1]$ funkce f nemá extrémy, jsou to tzv. sedlové body.

Podobně $D(S_4) = D(S_7) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16 < 0$, v bodech $S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right]$ a $S_7 = [-\frac{1}{2}, 0]$ má funkce f také sedlové body; nemá zde ani lokální maximum, ani lokální minimum.

Spočítejme hodnotu determinantu pro zbyvající body.

$$D(S_5) = D(S_6) = D(S_8) = D(S_9) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = 32 > 0,$$

přitom $f''_{xx}(S_5) = f''_{xx}(S_6) = f''_{xx}(S_8) = f''_{xx}(S_9) = -4 < 0$, tedy ve všech těchto bodech je lokální maximum, funkční hodnota ve všech těchto bodech vychází stejná a můžeme ji snadno spočítat:

B) Stacionární bod nemusí být nutně bodem lokálního extrému. V další části rozhodneme, zda nalezené stacionární body jsou body lokálních extrémů.

Určíme symetrický determinant D druhého řády složený z parciálních derivací 2. řádu funkce f:

$$D(x,y) := \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{yx} & f''_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -24x^2+2 & 0 \\ 0 & -12y^2+4 \end{vmatrix}.$$

Odtud vychází: $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0$ a přitom $f''_{xx}(S_1) = 2 > 0$, tedy podle známé věty v bodě $S_1 = [0,0]$ je lokální minimum, přitom $f(S_1) = 100$.

Podobně $D(S_2) = D(S_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = -16 < 0$. Tedy v bodech $S_2 = [0,1]$ a $S_3 = [0,-1]$ funkce f nemá extrémy, jsou to tzv. sedlové body.

Podobně $D(S_4) = D(S_7) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -16 < 0$, v bodech $S_4 = \left[\frac{1}{2}, 0\right]$ a $S_7 = [-\frac{1}{2}, 0]$ má funkce f také sedlové body; nemá zde ani lokální maximum, ani lokální minimum.

Spočítejme hodnotu determinantu pro zbyvající body.

$$D(S_5) = D(S_6) = D(S_8) = D(S_9) = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} = 32 > 0,$$

přitom $f''_{xx}(S_5) = f''_{xx}(S_6) = f''_{xx}(S_8) = f''_{xx}(S_9) = -4 < 0$, tedy ve všech těchto bodech je lokální maximum, funkční hodnota ve všech těchto bodech vychází stejná a můžeme ji snadno spočítat: $100 - 2 \cdot \frac{1}{16} - 1 + \frac{1}{4} + 2 = \frac{809}{8}$.