Příklad. Na množině $M = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2 : \ x > 0, \ y > 0 \right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Příklad. Na množině $M = \left\{ [x,y] \in \mathbb{R}^2 : \; x > 0, \; y > 0 \right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x,y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x,y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x,y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y =$

Příklad. Na množině $M = \left\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : \ x > 0, \ y > 0\right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x, y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x, y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

Příklad. Na množině $M = \left\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : \ x > 0, \ y > 0\right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x, y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x, y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Příklad. Na množině $M = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2 : \ x > 0, \ y > 0 \right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x, y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x, y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Tato rovnice má za splnění podmínky $x > 0$ jediné řešení $x =$

Příklad. Na množině $M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 :\; x > 0,\; y > 0\right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x,y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x,y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x,y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Tato rovnice má za splnění podmínky $x > 0$ jediné řešení $x = \sqrt[3]{125} = 5$ (viz nápověda zde).
Na dané množině M tedy dostáváme jediný stacionární bod $S = [5,$

Příklad. Na množině $M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 :\ x > 0,\ y > 0\right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x,y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x,y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x,y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Tato rovnice má za splnění podmínky $x > 0$ jediné řešení $x = \sqrt[3]{125} = 5$ (viz nápověda zde).
Na dané množině M tedy dostáváme jediný stacionární bod $S = [5,2]$.

Dále platí $D(x,y) =$

Příklad. Na množině $M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : \ x > 0, \ y > 0\right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x,y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.

Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x,y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \qquad (1)$$

$$f'_y(x,y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \qquad (2)$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Tato rovnice má za splnění podmínky $x > 0$ jediné řešení $x = \sqrt[3]{125} = 5$ (viz nápověda zde).
Na dané množině M tedy dostáváme jediný stacionární bod $S = [5,2]$.

Dále platí $D(x,y) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{x^3} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{y^3} \end{vmatrix}$, tedy $D(S) = D(5,2) =$

Příklad. Na množině $M = \left\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 :\ x > 0,\ y > 0\right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x, y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x, y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Tato rovnice má za splnění podmínky $x > 0$ jediné řešení $x = \sqrt[3]{125} = 5$ (viz nápověda zde).
Na dané množině M tedy dostáváme jediný stacionární bod $S = [5, 2]$.

Dále platí $D(x, y) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{x^3} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{y^3} \end{vmatrix}$, tedy $D(S) = D(5, 2) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{125} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{8} \end{vmatrix} =$

Příklad. Na množině $M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 :\ x > 0,\ y > 0\right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x,y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x,y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} = 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x,y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} = 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Tato rovnice má za splnění podmínky $x > 0$ jediné řešení $x = \sqrt[3]{125} = 5$ (viz nápověda zde).
Na dané množině M tedy dostáváme jediný stacionární bod $S = [5,2]$.

Dále platí $D(x,y) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{x^3} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{y^3} \end{vmatrix}$, tedy $D(S) = D(5,2) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{125} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{8} \end{vmatrix} = 3 > 0$,
přitom $f''_{xx}(5,2) = -\frac{100}{125} < 0$, tedy v bodě $S = [5,2]$ je lokální ...

Příklad. Na množině $M = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2 : \ x > 0, \ y > 0 \right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x, y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} \quad = \quad 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x, y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} \quad = \quad 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Tato rovnice má za splnění podmínky $x > 0$ jediné řešení $x = \sqrt[3]{125} = 5$ (viz nápověda zde).
Na dané množině M tedy dostáváme jediný stacionární bod $S = [5, 2]$.

Dále platí $D(x, y) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{x^3} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{y^3} \end{vmatrix}$, tedy $D(S) = D(5, 2) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{125} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{8} \end{vmatrix} = 3 > 0$,
přitom $f''_{xx}(5, 2) = -\frac{100}{125} < 0$, tedy v bodě $S = [5, 2]$ je lokálnímaximum, $f(5, 2) = 100 - 10 - \frac{50}{5} - \frac{20}{2} =$

Příklad. Na množině $M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2 : \; x > 0, \; y > 0\right\}$ najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných

$$f(x,y) = 100 - xy - \frac{50}{x} - \frac{20}{y}.$$

Řešení.
Analogicky jako v předchozím příkladu určíme stacionární body funkce f:

$$f'_x(x,y) \equiv -y + \frac{50}{x^2} = 0, \tag{1}$$

$$f'_y(x,y) \equiv -x + \frac{20}{y^2} = 0. \tag{2}$$

Z rovnice (1) dostáváme $y = \frac{50}{x^2}$, což dosazením do rovnice (2) po úpravě dává

$$x^4 - 125x = 0.$$

Tato rovnice má za splnění podmínky $x > 0$ jediné řešení $x = \sqrt[3]{125} = 5$ (viz nápověda zde).
Na dané množině M tedy dostáváme jediný stacionární bod $S = [5,2]$.

Dále platí $D(x,y) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{x^3} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{y^3} \end{vmatrix}$, tedy $D(S) = D(5,2) = \begin{vmatrix} -\frac{100}{125} & -1 \\ -1 & -\frac{40}{8} \end{vmatrix} = 3 > 0$,
přitom $f''_{xx}(5,2) = -\frac{100}{125} < 0$, tedy v bodě $S = [5,2]$ je lokálnímaximum, $f(5,2) = 100 - 10 - \frac{50}{5} - \frac{20}{2} = 70$.

Nápověda. S použitím vzorce $A^3 \pm B^3 = (A \pm B)\left(A^2 \mp AB + B^2\right)$ dostáváme:

zpět

$$x^4 - 125x = x\left(x^3 - 125\right) = x\,(x-5)\left(x^2 + 5x + 25\right),$$

kde $x^2 + 5x + 25 > 0$ pro všechna $x \in \mathbb{R}$.