Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x, y) =$$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x =$$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$

$$f'_y(x, y) =$$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$

$$f'_y(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\cdot(-4y) =$$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$

$$f'_y(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot (-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x,y] \in \mathbb{R}^2$,

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$

$$f'_y(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot (-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x,y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S: \left\{ \begin{array}{rcl} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{array} \right.$$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$

$$f'_y(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot (-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x,y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S: \left\{ \begin{array}{rcl} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{array} \right.$$

Sečtením obou rovnic dostaneme

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$

$$f'_y(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\cdot(-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x,y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S: \left\{\begin{array}{rcl} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{array}\right.$$

Sečtením obou rovnic dostaneme $2x - 4y = 0$, tedy $x =$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$

$$f'_y(x, y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot (-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x, y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S: \left\{ \begin{array}{rcl} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{array} \right.$$

Sečtením obou rovnic dostaneme $2x - 4y = 0$, tedy $x = 2y$.

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde: $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$,

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$
$$f'_y(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot (-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x,y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S: \left\{ \begin{array}{rcl} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{array} \right.$$

Sečtením obou rovnic dostaneme $2x - 4y = 0$, tedy $x = 2y$.

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde: $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$, neboli $y(y+2) = 0$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$

$$f'_y(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\cdot(-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x,y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S: \left\{\begin{array}{rcl} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{array}\right.$$

Sečtením obou rovnic dostaneme $2x - 4y = 0$, tedy $x = 2y$.

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde: $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$, neboli $y(y+2) = 0$ a odtud dostaneme pro $y_1 =$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$
$$f'_y(x, y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot (-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x, y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S : \left\{ \begin{array}{rcl} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{array} \right.$$

Sečtením obou rovnic dostaneme $2x - 4y = 0$, tedy $x = 2y$.

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde: $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$, neboli $y(y + 2) = 0$ a odtud dostaneme pro $y_1 = 0$ a $y_2 =$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x, y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$
$$f'_y(x, y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y} \cdot (-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x, y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S: \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 & = & 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y & = & 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme $2x - 4y = 0$, tedy $x = 2y$.

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde: $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$, neboli $y(y + 2) = 0$ a odtud dostaneme pro $y_1 = 0$ a $y_2 = \; -2$ dva stacionární body

$$S_1 = [0, 0],$$

Příklad. Najděte lokální extrémy funkce dvou proměnných $f(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right)$.

Řešení. Určíme stacionární body na množině $D(f) = \mathbb{R}^2$:

$$f'_x(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\cdot 2x = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 + 2x - 2y^2\right),$$
$$f'_y(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2 - 2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\cdot(-4y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2 + 2y^2 - 4y\right).$$

Protože $\mathrm{e}^{x-y} > 0$ pro všechny body $[x,y] \in \mathbb{R}^2$, dostáváme soustavu pro stacionární bod:

$$S: \begin{cases} x^2 + 2x - 2y^2 &= 0 \\ -x^2 + 2y^2 - 4y &= 0 \end{cases}$$

Sečtením obou rovnic dostaneme $2x - 4y = 0$, tedy $x = 2y$.

Pak např. z druhé rovnice ihned vyjde: $-4y^2 + 2y^2 - 4y = 0$, neboli $y(y+2) = 0$ a odtud dostaneme pro $y_1 = 0$ a $y_2 = -2$ dva stacionární body

$$S_1 = [0,0], \quad S_2 = [-4,-2].$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\left(2x+2\right) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xx}(S_1) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\left(2x+2\right) \qquad \Longrightarrow \quad f''_{xx}(S_1) = 2,\ f''_{xx}(S_2) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \qquad \Longrightarrow \quad f''_{xx}(S_1) = 2,\ f''_{xx}(S_2) = \ -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\left(2x+2\right) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xx}(S_1) = 2,\ f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\left(-4y\right) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xy}(S_1) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2)= -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2)=8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) =$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xx}(S_1)=2,\; f''_{xx}(S_2)=\,-\,6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = \,-\,\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xy}(S_1)=0,\; f''_{xy}(S_2)=8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = \,-\,\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{yy}(S_1)=$$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\left(2x+2\right) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2)=\ -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = \ -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\left(-4y\right) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2)=8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = \ -\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right)+\mathrm{e}^{x-y}\left(4y-4\right) \quad\Longrightarrow\quad f''_{yy}(S_1)=\ -4,\ f''_{yy}(S_2)=$$

Dále

$$
\begin{aligned}
f''_{xx}(x,y) &= \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) &&\Longrightarrow\quad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2)=\,-\,6\mathrm{e}^{-2},\\
f''_{xy}(x,y) &= \,-\,\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) &&\Longrightarrow\quad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2)=8\mathrm{e}^{-2},\\
f''_{yy}(x,y) &= \,-\,\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) &&\Longrightarrow\quad f''_{yy}(S_1)=\,-\,4,\ f''_{yy}(S_2)=\,-\,12\mathrm{e}^{-2}.
\end{aligned}
$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) =$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \quad \Longrightarrow \quad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \quad \Longrightarrow \quad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2) = 8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \quad \Longrightarrow \quad f''_{yy}(S_1)=-4,\ f''_{yy}(S_2) = -12\mathrm{e}^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} =$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2) = 8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \quad\Longrightarrow\quad f''_{yy}(S_1)=-4,\ f''_{yy}(S_2) = -12\mathrm{e}^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$, tedy S_1

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2)=\,-\,6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = \,-\,\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2)=8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = \,-\,\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \qquad \Longrightarrow \qquad f''_{yy}(S_1)=\,-\,4,\ f''_{yy}(S_2)=\,-\,12\mathrm{e}^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = \,-\,8 < 0$, tedy S_1 není extrém, ale je to

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2)= -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2)=8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right)+\mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \quad\Longrightarrow\quad f''_{yy}(S_1)= -4,\ f''_{yy}(S_2)= -12\mathrm{e}^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$, tedy S_1 není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) =$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xx}(S_1) = 2,\ f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xy}(S_1) = 0,\ f''_{xy}(S_2) = 8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \quad\Longrightarrow\quad f''_{yy}(S_1) = -4,\ f''_{yy}(S_2) = -12\mathrm{e}^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$, tedy S_1 není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) = \begin{vmatrix} -6\mathrm{e}^{-2} & 8\mathrm{e}^{-2} \\ 8\mathrm{e}^{-2} & -12\mathrm{e}^{-2} \end{vmatrix} =$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2) = 8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \quad\Longrightarrow\quad f''_{yy}(S_1)=-4,\ f''_{yy}(S_2) = -12\mathrm{e}^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$, tedy S_1 není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) = \begin{vmatrix} -6\mathrm{e}^{-2} & 8\mathrm{e}^{-2} \\ 8\mathrm{e}^{-2} & -12\mathrm{e}^{-2} \end{vmatrix} = 72\mathrm{e}^{-4} - 64\mathrm{e}^{-4} = 8\mathrm{e}^{-4} > 0$, navíc $f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2}$,

  tedy dostáváme lokální ...

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \quad\Longrightarrow\quad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2) = 8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \quad\Longrightarrow\quad f''_{yy}(S_1)=-4,\ f''_{yy}(S_2) = -12\mathrm{e}^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$, tedy S_1 není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) = \begin{vmatrix} -6\mathrm{e}^{-2} & 8\mathrm{e}^{-2} \\ 8\mathrm{e}^{-2} & -12\mathrm{e}^{-2} \end{vmatrix} = 72\mathrm{e}^{-4} - 64\mathrm{e}^{-4} = 8\mathrm{e}^{-4} > 0$, navíc $f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2}$,

  tedy dostáváme lokální maximum v bodě $S = [-4,-2]$, přičemž $f(S_2) =$

Dále

$$f''_{xx}(x,y) = \mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(2x+2) \quad \Longrightarrow \quad f''_{xx}(S_1)=2,\ f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{xy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(x^2+2x-2y^2\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(-4y) \quad \Longrightarrow \quad f''_{xy}(S_1)=0,\ f''_{xy}(S_2) = 8\mathrm{e}^{-2},$$

$$f''_{yy}(x,y) = -\mathrm{e}^{x-y}\left(-x^2+2y^2-4y\right) + \mathrm{e}^{x-y}\,(4y-4) \quad \Longrightarrow \quad f''_{yy}(S_1)=-4,\ f''_{yy}(S_2) = -12\mathrm{e}^{-2}.$$

Celkem tedy máme následující výsledky:

- $D(S_1) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -8 < 0$, tedy S_1 není extrém, ale je to sedlový bod;
- $D(S_2) = \begin{vmatrix} -6\mathrm{e}^{-2} & 8\mathrm{e}^{-2} \\ 8\mathrm{e}^{-2} & -12\mathrm{e}^{-2} \end{vmatrix} = 72\mathrm{e}^{-4} - 64\mathrm{e}^{-4} = 8\mathrm{e}^{-4} > 0$, navíc $f''_{xx}(S_2) = -6\mathrm{e}^{-2}$,

  tedy dostáváme lokální maximum v bodě $S = [-4,-2]$, přičemž $f(S_2) = 8\mathrm{e}^{-2} = \dfrac{8}{\mathrm{e}^2}$.