Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ na množině

$$M = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2;\ |x| + |y| \leq 1 \right\}.$$

Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 - xy + y^2$ na množině

$$M = \left\{ [x,y] \in \mathbb{R}^2;\ |x| + |y| \le 1 \right\}.$$

Řešení. Nejprve graficky znázorníme množinu M. Vyjdeme z definice absolutního hodnoty reálného čísla:

$$|a| := \begin{cases} \quad a \quad \text{pro } a \ge 0; \\ \end{cases}$$

Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ na množině

$$M = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2;\ |x| + |y| \leq 1 \right\}.$$

Řešení. Nejprve graficky znázorníme množinu M. Vyjdeme z definice absolutního hodnoty reálného čísla:

$$|a| := \begin{cases} a & \text{pro } a \geq 0; \\ -a & \text{pro } a < 0. \end{cases}$$

Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ na množině

$$M = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2;\ |x| + |y| \leq 1 \right\}.$$

Řešení. Nejprve graficky znázorníme množinu M. Vyjdeme z definice absolutního hodnoty reálného čísla:

$$|a| := \begin{cases} \quad a & \text{pro } a \geq 0; \\ -a & \text{pro } a < 0. \end{cases}$$

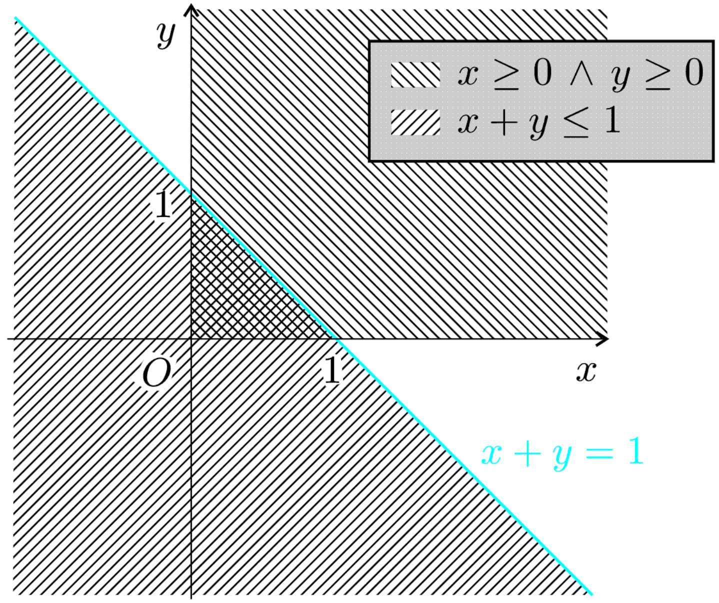
Při kreslení množiny M projdeme postupně všechny kvadranty.

Pro $x \geq 0$, $y \geq 0$ platí:

$$|x| + |y| \leq 1 \iff x + y \leq 1 \iff y \leq 1 - x;$$

Pro $x \geq 0$, $y \geq 0$ platí:

$$|x| + |y| \leq 1 \iff x + y \leq 1 \iff y \leq 1 - x;$$

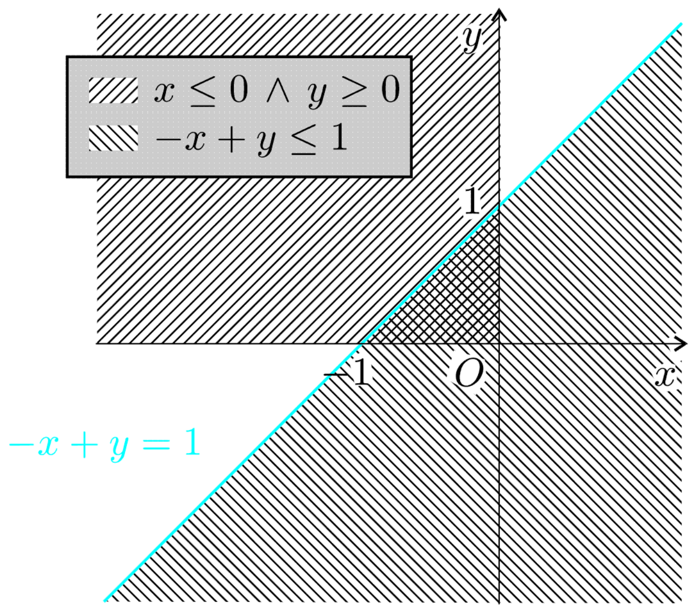


Pro $x \leq 0$, $y \geq 0$ platí:

$$|x| + |y| \leq 1 \iff -x + y \leq 1 \iff y \leq 1 + x;$$

Pro $x \leq 0$, $y \geq 0$ platí:

$$|x| + |y| \leq 1 \iff -x + y \leq 1 \iff y \leq 1 + x;$$

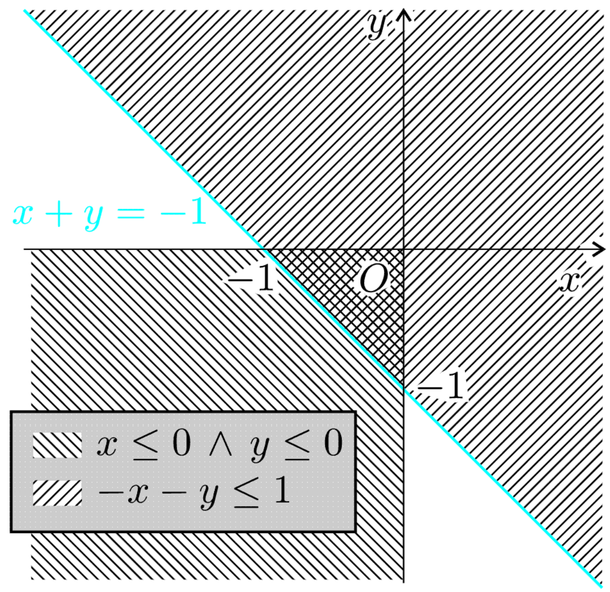


Pro $x \leq 0$, $y \leq 0$ platí:

$$|x| + |y| \leq 1 \iff -x - y \leq 1 \iff y \geq -x - 1;$$

Pro $x \leq 0$, $y \leq 0$ platí:

$$|x| + |y| \leq 1 \iff -x - y \leq 1 \iff y \geq -x - 1;$$

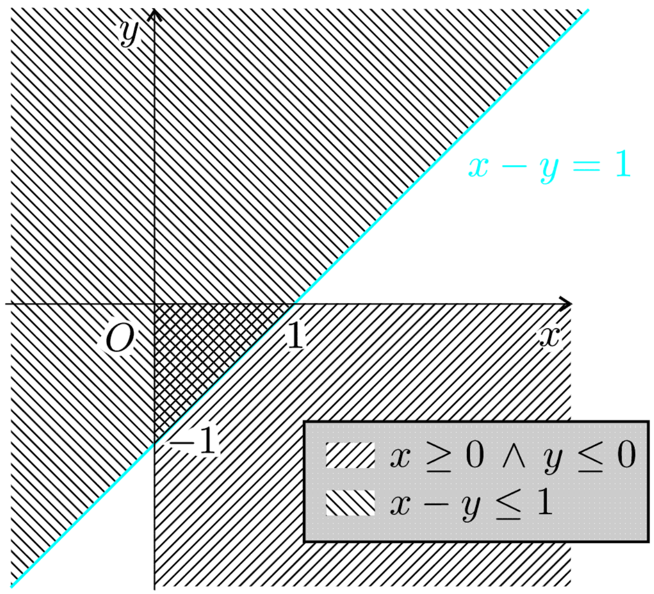


Pro $x \geq 0$, $y \leq 0$ platí:

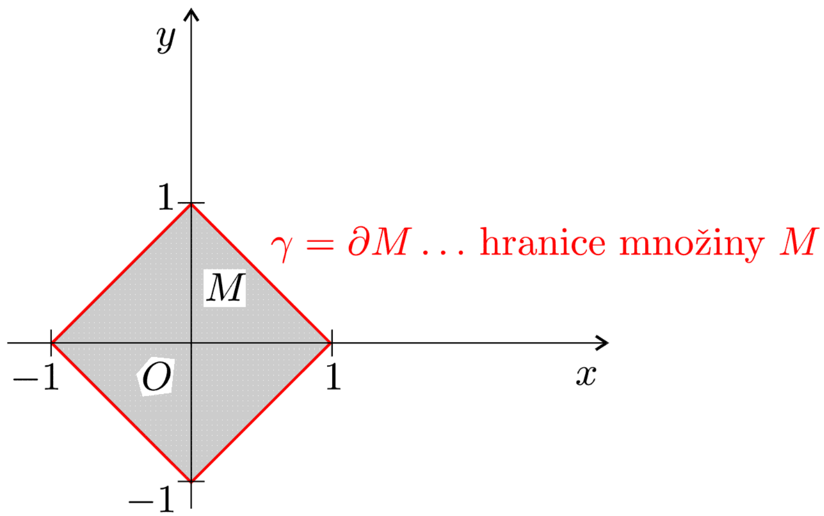
$$|x| + |y| \leq 1 \iff x - y \leq 1 \iff y \geq x - 1;$$

Pro $x \geq 0,\ y \leq 0$ platí:

$$|x| + |y| \leq 1 \iff x - y \leq 1 \iff y \geq x - 1;$$



Dohromady tedy máme



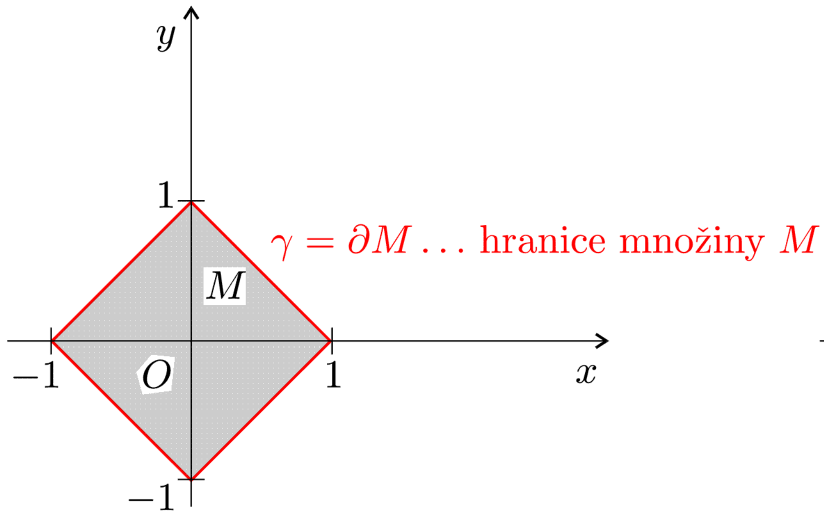
Řešení rozdělíme do dvou kroků:

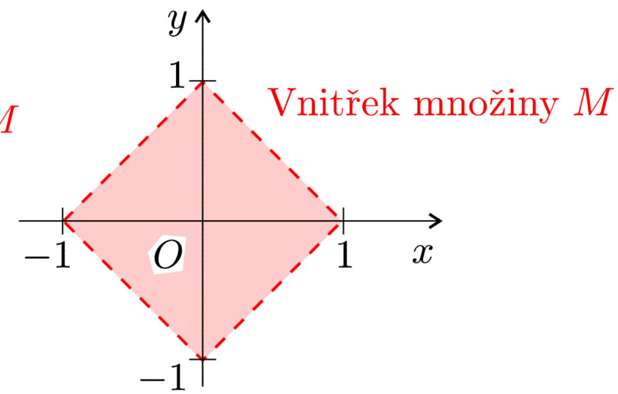
- Nejprve určíme stacionární body funkce f na ,,vnitřku" množiny M;
- Posléze vyšetříme extrémy funkce f vázané na hranici množiny M.

Ze všech takto nalezených bodů vybereme bod (body) absolutního maxima, resp. minima.

Poznámka. ,,Vnitřkem" množiny M rozumíme množinu všech vnitřních bodů uzavřené množiny M, tj. množinu M s vyloučením hranice. Vnitřek množiny M je tedy popsán nerovností: $|x| + |y| < 1$.

Dohromady tedy máme





Řešení rozdělíme do dvou kroků:

- Nejprve určíme stacionární body funkce f na „vnitřku" množiny M;
- Posléze vyšetříme extrémy funkce f vázané na hranici množiny M.

Ze všech takto nalezených bodů vybereme bod (body) absolutního maxima, resp. minima.

Poznámka. „Vnitřkem" množiny M rozumíme množinu všech vnitřních bodů uzavřené množiny M, tj. množinu M s vyloučením hranice. Vnitřek množiny M je tedy popsán nerovností: $|x| + |y| < 1$.

Nejdříve určíme stacionární body funkce f na vnitřku množiny M (bez její hranice), pokud existují.

Nejdříve určíme stacionární body funkce f na vnitřku množiny M (bez její hranice), pokud existují.

Stacionární body musí splňovat rovnice $f'_x = 0$, $f'_y = 0$,

Nejdříve určíme stacionární body funkce f na vnitřku množiny M (bez její hranice), pokud existují.

Stacionární body musí splňovat rovnice $f'_x = 0$, $f'_y = 0$, tedy

$$\left\{ \begin{array}{lcl} f'_x(x,y) & \equiv & \left(x^2 - xy + y^2\right)'_x \equiv \\ & & \end{array} \right.$$

Nejdříve určíme stacionární body funkce f na vnitřku množiny M (bez její hranice), pokud existují.

Stacionární body musí splňovat rovnice $f'_x = 0$, $f'_y = 0$, tedy

$$\left\{ \begin{array}{lcl} f'_x(x,y) & \equiv & \left(x^2 - xy + y^2\right)'_x \equiv 2x - y = 0; \\ & & \end{array} \right.$$

Nejdříve určíme stacionární body funkce f na vnitřku množiny M (bez její hranice), pokud existují.

Stacionární body musí splňovat rovnice $f'_x = 0$, $f'_y = 0$, tedy

$$\begin{cases} f'_x(x,y) & \equiv \quad \left(x^2 - xy + y^2\right)'_x \equiv 2x - y = 0; \\ f'_y(x,y) & \equiv \end{cases}$$

Nejdříve určíme stacionární body funkce f na vnitřku množiny M (bez její hranice), pokud existují.

Stacionární body musí splňovat rovnice $f'_x = 0$, $f'_y = 0$, tedy

$$\left\{ \begin{array}{lcl} f'_x(x,y) & \equiv & \left(x^2 - xy + y^2\right)'_x \equiv 2x - y = 0; \\ f'_y(x,y) & \equiv & -x + 2y = 0, \end{array} \right.$$

Nejdříve určíme stacionární body funkce f na vnitřku množiny M (bez její hranice), pokud existují.

Stacionární body musí splňovat rovnice $f'_x = 0$, $f'_y = 0$, tedy

$$\begin{cases} f'_x(x,y) & \equiv \quad \left(x^2 - xy + y^2\right)'_x \equiv 2x - y = 0; \\ f'_y(x,y) & \equiv \quad -x + 2y = 0, \end{cases}$$

tedy hned dostáváme $S_1 = [0,0]$, $f(S_1) = 0$.

Nejdříve určíme stacionární body funkce f na vnitřku množiny M (bez její hranice), pokud existují.

Stacionární body musí splňovat rovnice $f'_x = 0$, $f'_y = 0$, tedy

$$\begin{cases} f'_x(x,y) \equiv \left(x^2 - xy + y^2\right)'_x \equiv 2x - y = 0; \\ f'_y(x,y) \equiv -x + 2y = 0, \end{cases}$$

tedy hned dostáváme $S_1 = [0,0]$, $f(S_1) = 0$.

Dílčí výsledek. Na vnitřku množiny M existuje jediný stacionární bod vyšetřované funkce f.

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

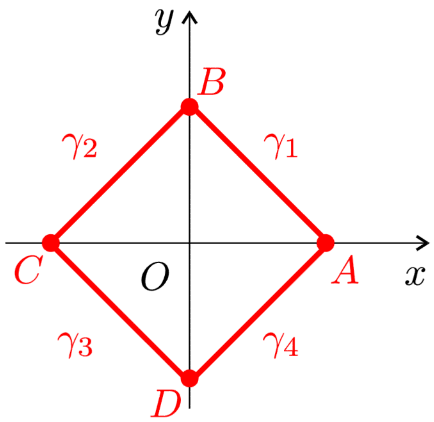
Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

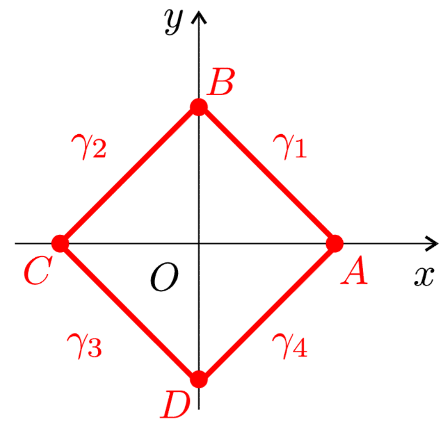
Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

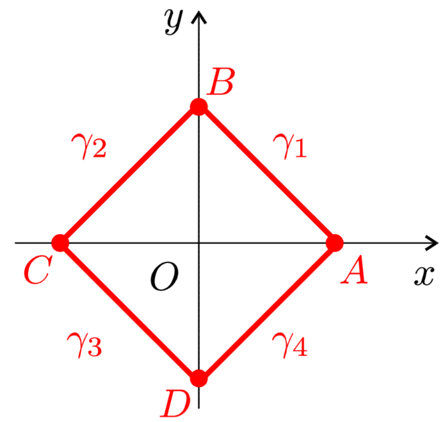
Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

- $\gamma_1 : \; y = 1 - x, \, x \in (0, 1);$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



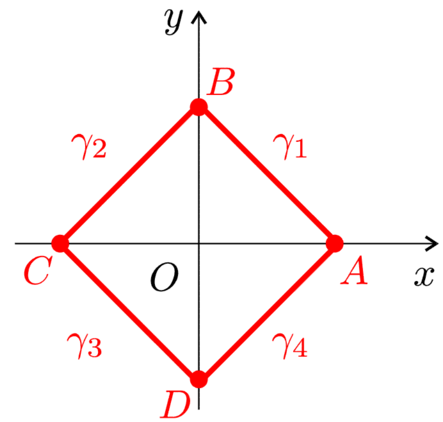
$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- $\gamma_1: \; y = 1 - x, \, x \in (0, 1); \; f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 =$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



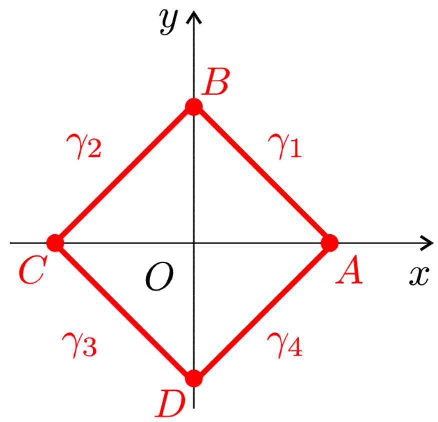
$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- $\gamma_1 : \; y = 1 - x,\, x \in (0,1);\; f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

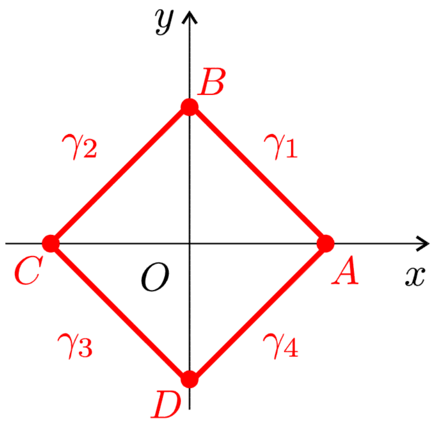
- $\gamma_1 : \; y = 1 - x$, $x \in (0, 1)$; $f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,

  $f_1'(x) \equiv$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

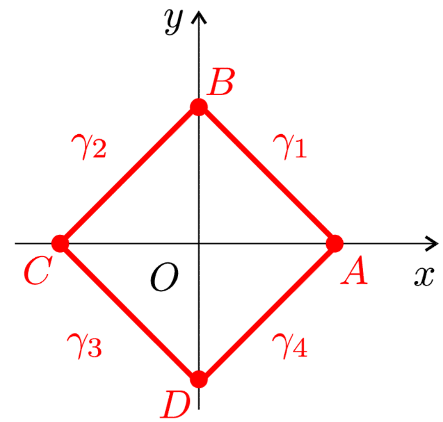
- γ_1 : $y = 1 - x$, $x \in (0, 1)$; $f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$;

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

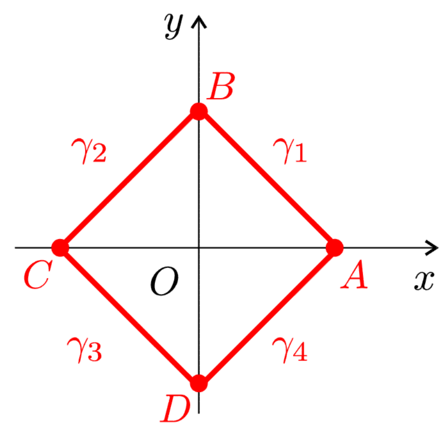


$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- γ_1 : $y = 1 - x$, $x \in (0, 1)$; $f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

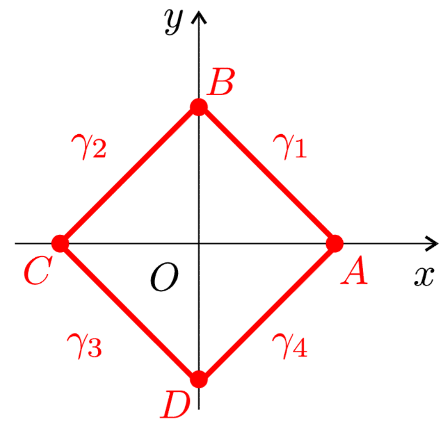
- γ_1 : $y = 1 - x$, $x \in (0, 1)$; $f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- γ_2 : $y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0)$;

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



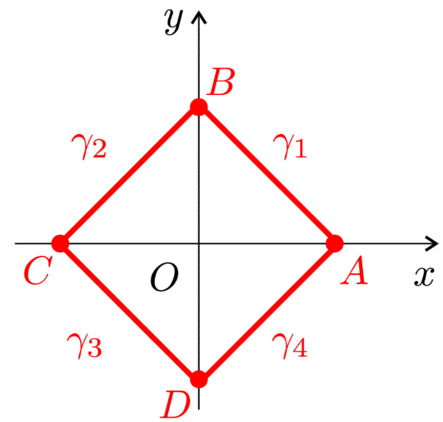
$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- γ_1 : $y = 1 - x$, $x \in (0,1)$; $f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$, $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- γ_2 : $y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 =$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

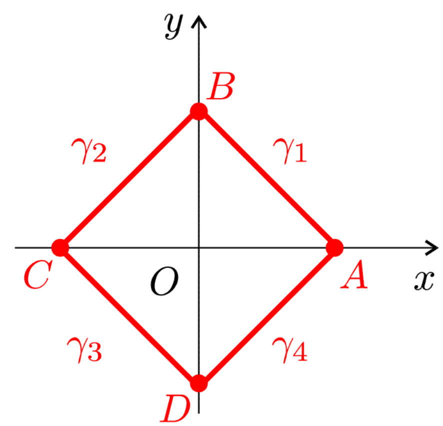


$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$$

- $\gamma_1: \; y = 1 - x,\; x \in (0,1);\; f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2: \; y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0);\; f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1,$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

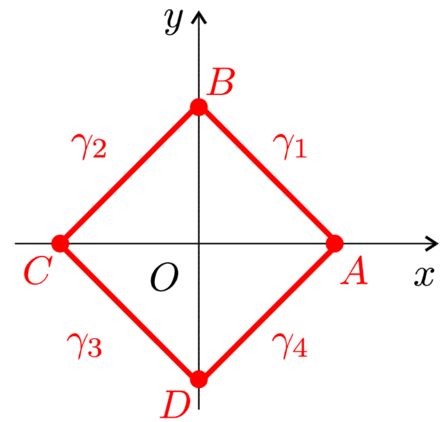
Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

- $\gamma_1 : \; y = 1 - x,\, x \in (0, 1);\; f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2 : \; y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0);\; f_2(x) := f(x, 1 + x) = x^2 - x(1 + x) + (1 + x)^2 = x^2 + x + 1,$

  $f_2'(x) \equiv$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

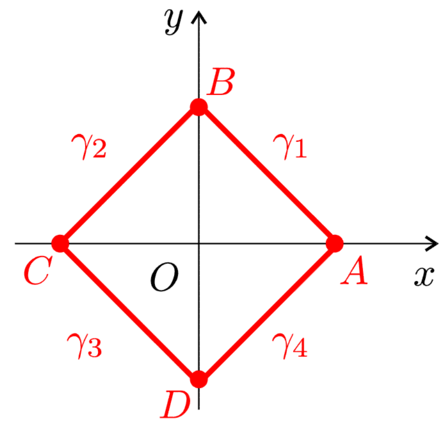
Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

- $\gamma_1: \ y = 1 - x,\ x \in (0, 1);\ f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2: \ y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0);\ f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1,$

  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

- $\gamma_1: \; y = 1 - x, x \in (0, 1)$; $f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,

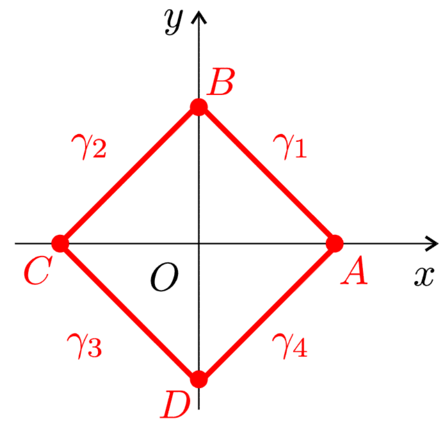
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2: \; y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_2(x) := f(x, 1 + x) = x^2 - x(1 + x) + (1 + x)^2 = x^2 + x + 1$,

  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



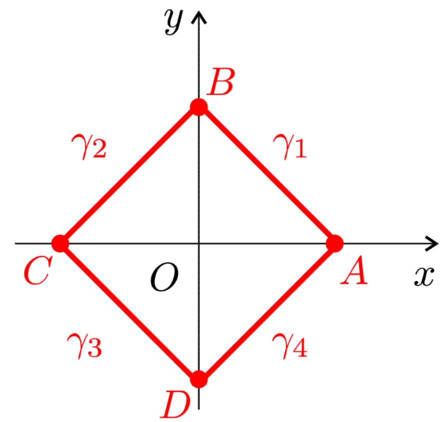
$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- $\gamma_1 :\; y = 1 - x,\, x \in (0,1);\; f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2 :\; y = 1 + x$ pro $x \in (-1,0);\; f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1,$
  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1,0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- $\gamma_3 :\; y = -1 - x$ pro $x \in (-1,0)$;

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- $\gamma_1: \; y = 1 - x,\, x \in (0,1);\; f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

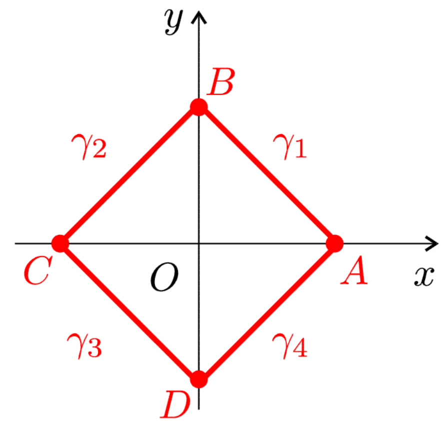
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2: \; y = 1 + x$ pro $x \in (-1,0)$; $f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1,$

  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1,0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- $\gamma_3: \; y = -1 - x$ pro $x \in (-1,0)$; $f_3(x) := f(x, -1-x) = x^2 - x(-1-x) + (-1-x)^2 =$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- $\gamma_1 :\ y = 1 - x,\ x \in (0, 1);\ f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

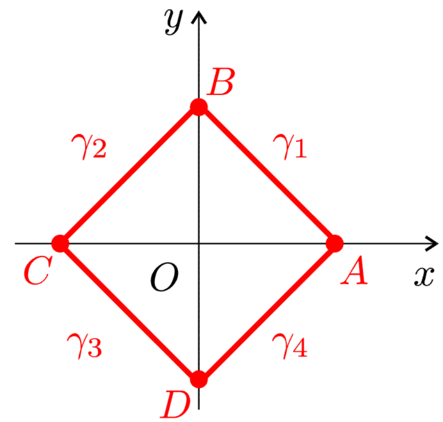
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2 :\ y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0);\ f_2(x) := f(x, 1 + x) = x^2 - x(1 + x) + (1 + x)^2 = x^2 + x + 1,$

  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- $\gamma_3 :\ y = -1 - x$ pro $x \in (-1, 0);\ f_3(x) := f(x, -1 - x) = x^2 - x(-1 - x) + (-1 - x)^2 = 3x^2 + 3x + 1,$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- γ_1 : $y = 1 - x$, $x \in (0, 1)$; $f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- γ_2 : $y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_2(x) := f(x, 1 + x) = x^2 - x(1 + x) + (1 + x)^2 = x^2 + x + 1$,

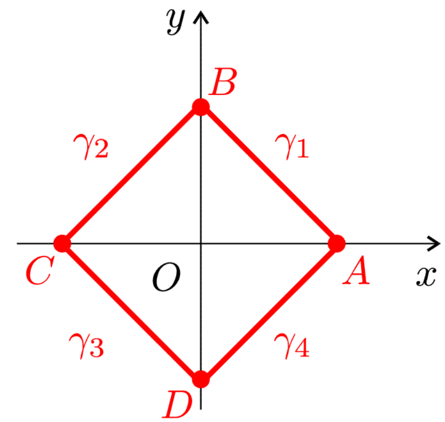
  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- γ_3 : $y = -1 - x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_3(x) := f(x, -1 - x) = x^2 - x(-1 - x) + (-1 - x)^2 = 3x^2 + 3x + 1$,

  $f_3'(x) \equiv$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- $\gamma_1 :\ y = 1 - x,\ x \in (0, 1);\ f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

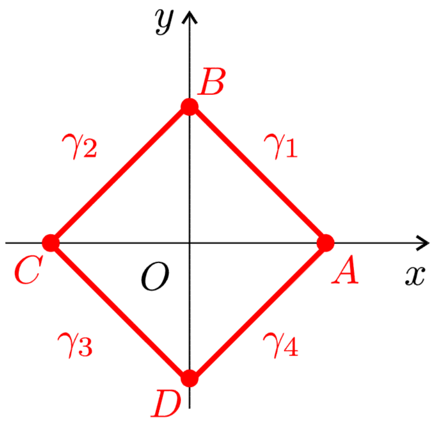
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2 :\ y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0);\ f_2(x) := f(x, 1 + x) = x^2 - x(1 + x) + (1 + x)^2 = x^2 + x + 1,$

  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- $\gamma_3 :\ y = -1 - x$ pro $x \in (-1, 0);\ f_3(x) := f(x, -1 - x) = x^2 - x(-1 - x) + (-1 - x)^2 = 3x^2 + 3x + 1,$

  $f_3'(x) \equiv 6x + 3 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

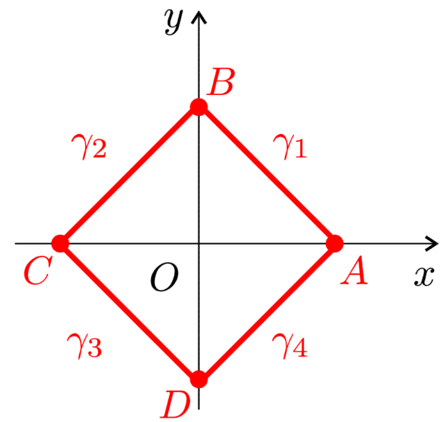


$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

- γ_1 : $y = 1 - x$, $x \in (0, 1)$; $f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- γ_2 : $y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1$,
  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- γ_3 : $y = -1 - x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_3(x) := f(x, -1-x) = x^2 - x(-1-x) + (-1-x)^2 = 3x^2 + 3x + 1$,
  $f_3'(x) \equiv 6x + 3 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$, $f(S_4) = \frac{1}{4}$;

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.



Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).

- $\gamma_1: \; y = 1 - x,\ x \in (0, 1);\ f_1(x) := f(x, 1 - x) = x^2 - x(1 - x) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2: \; y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0);\ f_2(x) := f(x, 1 + x) = x^2 - x(1 + x) + (1 + x)^2 = x^2 + x + 1,$

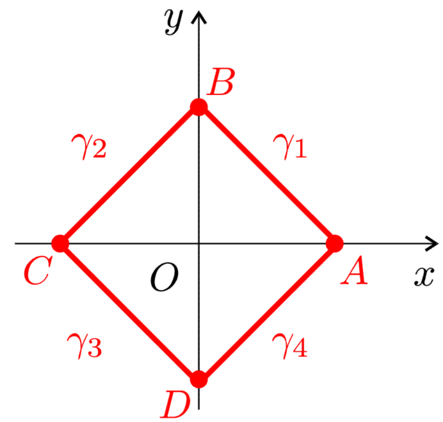
  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- $\gamma_3: \; y = -1 - x$ pro $x \in (-1, 0);\ f_3(x) := f(x, -1 - x) = x^2 - x(-1 - x) + (-1 - x)^2 = 3x^2 + 3x + 1,$

  $f_3'(x) \equiv 6x + 3 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$, $f(S_4) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_4: \; y = -1 + x$ pro $x \in (0, 1)$;

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



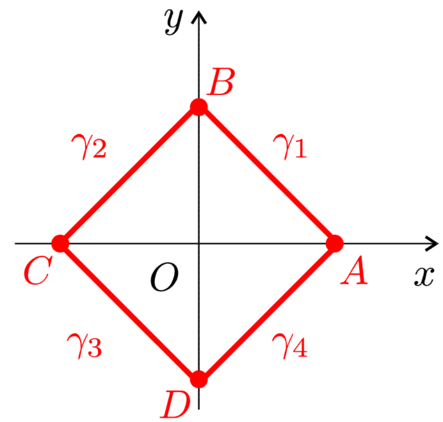
$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- γ_1 : $y = 1 - x$, $x \in (0,1)$; $f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- γ_2 : $y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1$,
  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- γ_3 : $y = -1 - x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_3(x) := f(x, -1-x) = x^2 - x(-1-x) + (-1-x)^2 = 3x^2 + 3x + 1$,
  $f_3'(x) \equiv 6x + 3 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$, $f(S_4) = \frac{1}{4}$;
- γ_4 : $y = -1 + x$ pro $x \in (0, 1)$; $f_4(x) := f(x, -1+x) = x^2 - x(-1+x) + (-1+x)^2 =$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$$

- $\gamma_1:\ y = 1 - x,\ x \in (0, 1);\ f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2:\ y = 1 + x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1,$

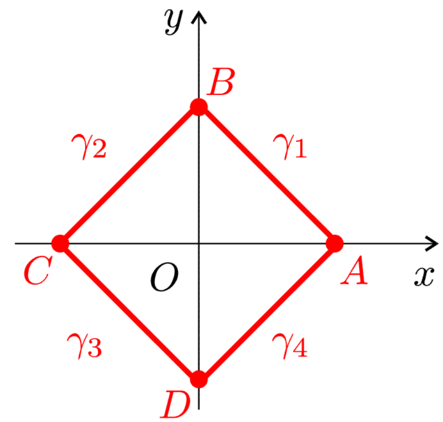
  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- $\gamma_3:\ y = -1 - x$ pro $x \in (-1, 0)$; $f_3(x) := f(x, -1-x) = x^2 - x(-1-x) + (-1-x)^2 = 3x^2 + 3x + 1,$

  $f_3'(x) \equiv 6x + 3 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1, 0) \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$, $f(S_4) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_4:\ y = -1 + x$ pro $x \in (0, 1)$; $f_4(x) := f(x, -1+x) = x^2 - x(-1+x) + (-1+x)^2 = x^2 - x + 1,$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- $\gamma_1 :\ y = 1 - x,\ x \in (0,1);\ f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2 :\ y = 1 + x$ pro $x \in (-1,0);\ f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1,$

  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1,0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- $\gamma_3 :\ y = -1 - x$ pro $x \in (-1,0);\ f_3(x) := f(x, -1-x) = x^2 - x(-1-x) + (-1-x)^2 = 3x^2 + 3x + 1,$

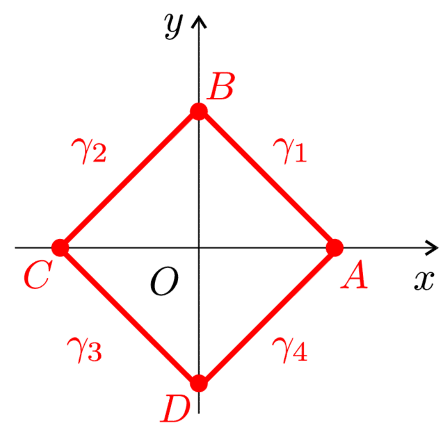
  $f_3'(x) \equiv 6x + 3 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1,0) \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$, $f(S_4) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_4 :\ y = -1 + x$ pro $x \in (0,1);\ f_4(x) := f(x, -1+x) = x^2 - x(-1+x) + (-1+x)^2 = x^2 - x + 1,$

  $f_4'(x) \equiv$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



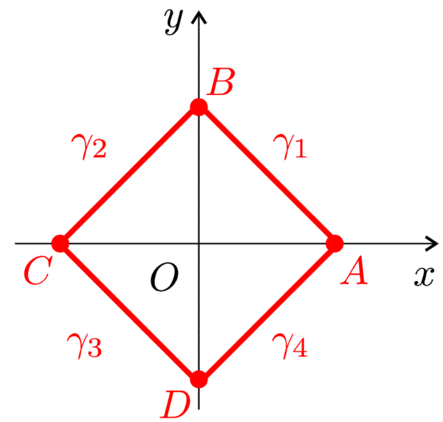
$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- γ_1 : $y = 1 - x$, $x \in (0,1)$; $f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1$,
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- γ_2 : $y = 1 + x$ pro $x \in (-1,0)$; $f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1$,
  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1,0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- γ_3 : $y = -1 - x$ pro $x \in (-1,0)$; $f_3(x) := f(x, -1-x) = x^2 - x(-1-x) + (-1-x)^2 = 3x^2 + 3x + 1$,
  $f_3'(x) \equiv 6x + 3 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1,0) \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$, $f(S_4) = \frac{1}{4}$;
- γ_4 : $y = -1 + x$ pro $x \in (0,1)$; $f_4(x) := f(x, -1+x) = x^2 - x(-1+x) + (-1+x)^2 = x^2 - x + 1$,
  $f_4'(x) \equiv 2x - 1 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1) \Rightarrow$

Nyní najdeme extrémy vázané na hranici množiny M.

Protože nejsme schopni uvažovanou hranici popsat jedinou rovnicí, budeme ji vyšetřovat po částech. Jednotlivé strany postupně označme γ_1, γ_2, γ_3, a γ_4.

Vrcholy čtverce z našich úvah prozatím vylučme, neboli každou stranu čtverce M uvažujme jako otevřenou úsečku (tj. úsečku bez krajních bodů).



$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3 \cup \gamma_4 \cup \{A, B, C, D\}$

- $\gamma_1: \; y = 1 - x,\, x \in (0,1);\; f_1(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x(1-x) + (1-x)^2 = 3x^2 - 3x + 1,$

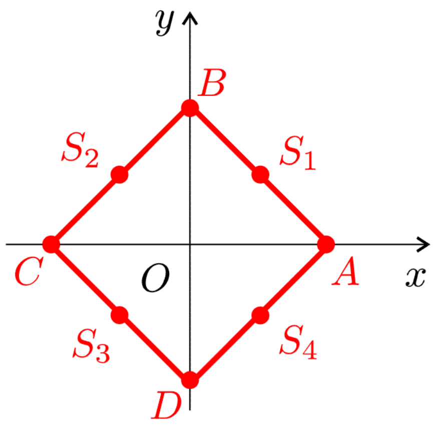
  $f_1'(x) \equiv 6x - 3 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1)$; máme další bod podezřelý z extrému: $S_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_2) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_2: \; y = 1 + x$ pro $x \in (-1,0);\; f_2(x) := f(x, 1+x) = x^2 - x(1+x) + (1+x)^2 = x^2 + x + 1,$

  $f_2'(x) \equiv 2x + 1 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1,0) \Rightarrow S_3 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, $f(S_3) = \frac{3}{4}$;
- $\gamma_3: \; y = -1 - x$ pro $x \in (-1,0);\; f_3(x) := f(x, -1-x) = x^2 - x(-1-x) + (-1-x)^2 = 3x^2 + 3x + 1,$

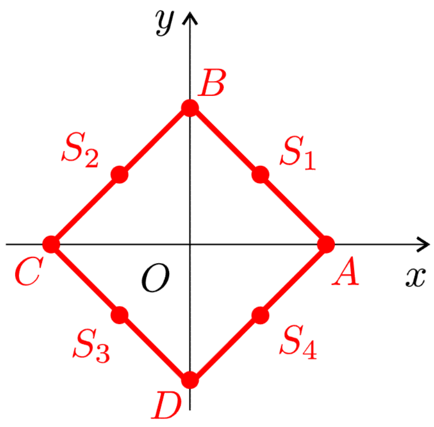
  $f_3'(x) \equiv 6x + 3 = 0$, tedy $x = -\frac{1}{2} \in (-1,0) \Rightarrow S_4 = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$, $f(S_4) = \frac{1}{4}$;
- $\gamma_4: \; y = -1 + x$ pro $x \in (0,1);\; f_4(x) := f(x, -1+x) = x^2 - x(-1+x) + (-1+x)^2 = x^2 - x + 1,$

  $f_4'(x) \equiv 2x - 1 = 0$, tedy $x = \frac{1}{2} \in (0,1) \Rightarrow S_5 = \left[\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$, $f(S_5) = \frac{3}{4}$.

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.

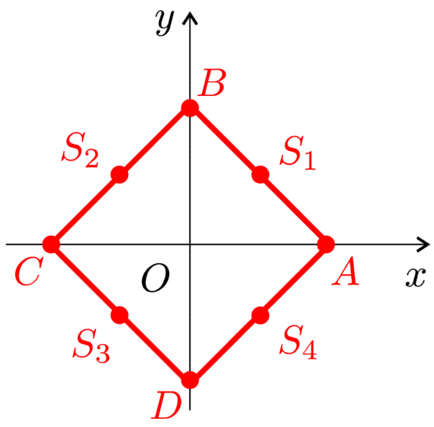


Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



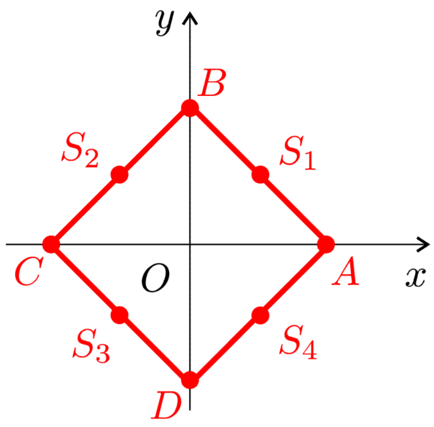
- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A =$

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



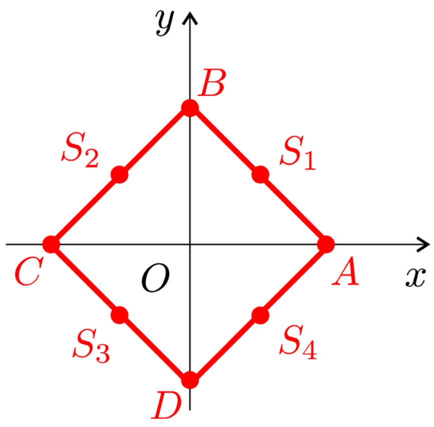
- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$
- $f(B) = f(0,1) =$

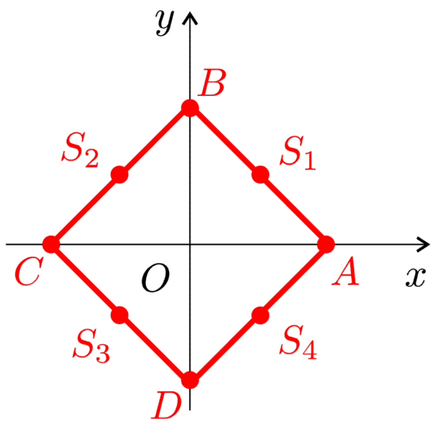
Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$

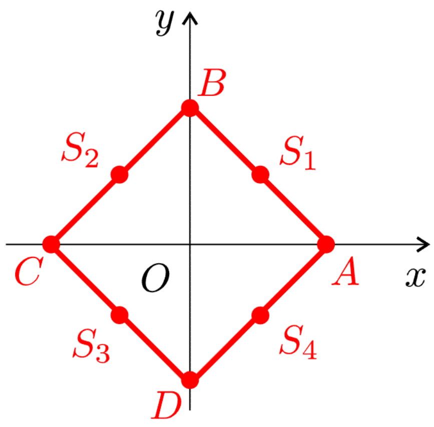
- $f(B) = f(0,1) = 1;$

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



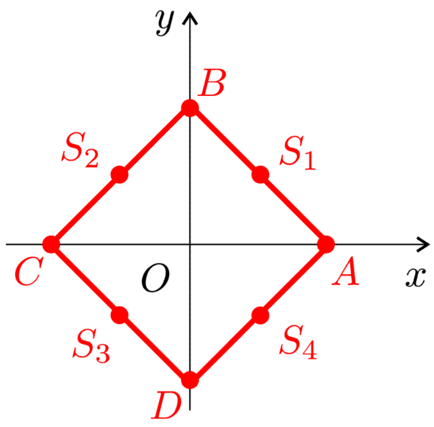
- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$
- $f(B) = f(0,1) = 1;$
- $f(C) = f(-1,0) =$

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



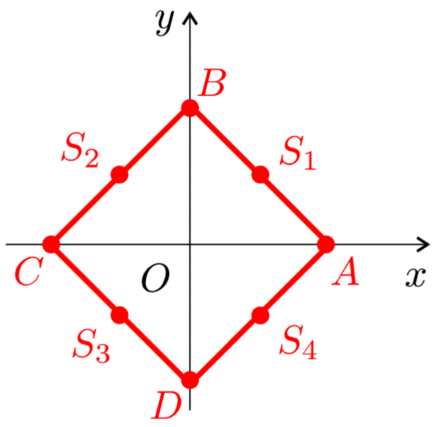
- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$
- $f(B) = f(0,1) = 1;$
- $f(C) = f(-1,0) = 1;$

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



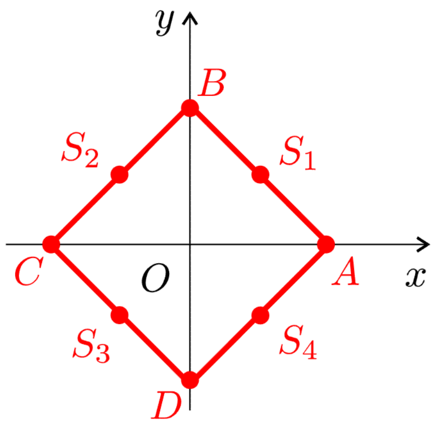
- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$
- $f(B) = f(0,1) = 1;$
- $f(C) = f(-1,0) = 1;$
- $f(D) = f(0,-1) =$

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$
- $f(B) = f(0,1) = 1;$
- $f(C) = f(-1,0) = 1;$
- $f(D) = f(0,-1) = 1.$

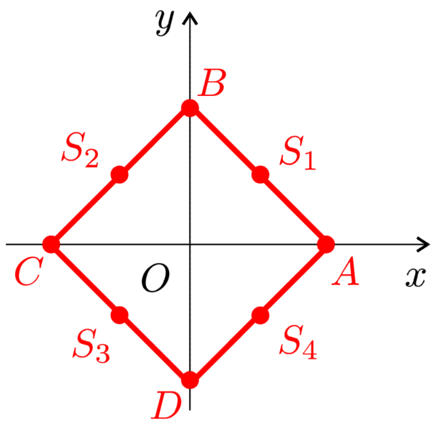
Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$
- $f(B) = f(0,1) = 1;$
- $f(C) = f(-1,0) = 1;$
- $f(D) = f(0,-1) = 1.$

Připomeňme, že jsme už dříve spočetli, že $f(S_{1,3}) = \frac{1}{4}$ a $f(S_{2,4}) = \frac{3}{4}$.

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$
- $f(B) = f(0,1) = 1;$
- $f(C) = f(-1,0) = 1;$
- $f(D) = f(0,-1) = 1.$

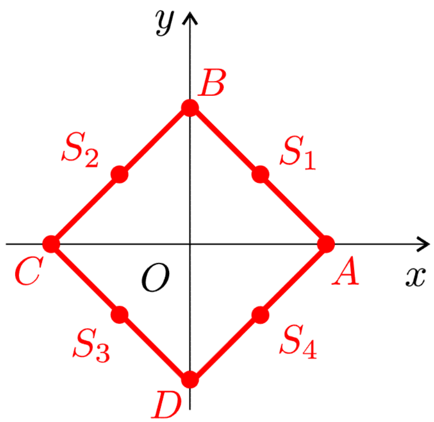
Připomeňme, že jsme už dříve spočetli, že $f(S_{1,3}) = \frac{1}{4}$ a $f(S_{2,4}) = \frac{3}{4}$.

Dílčí výsledek.

Extrémy vázané na hranici množiny M:

♣ Vázané maximum je 1, body vázaného maxima jsou všechny vrcholy čtverce A, B, C, D;

Zbývají poslední čtyři body podezřelé z vázaného extrému – vrcholy vyšetřovaného čtverce M.



- $f(A) = f(1,0) = x^2 - xy + y^2\Big|_A = 1;$
- $f(B) = f(0,1) = 1;$
- $f(C) = f(-1,0) = 1;$
- $f(D) = f(0,-1) = 1.$

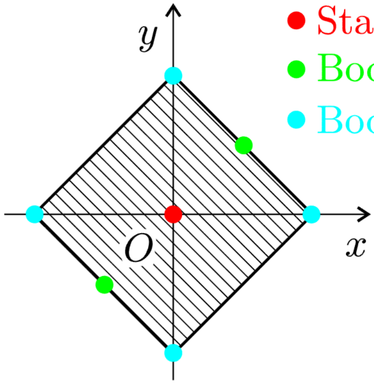
Připomeňme, že jsme už dříve spočetli, že $f(S_{1,3}) = \frac{1}{4}$ a $f(S_{2,4}) = \frac{3}{4}$.

Dílčí výsledek.
Extrémy vázané na hranici množiny M:

♣ Vázané maximum je 1, body vázaného maxima jsou všechny vrcholy čtverce A, B, C, D;

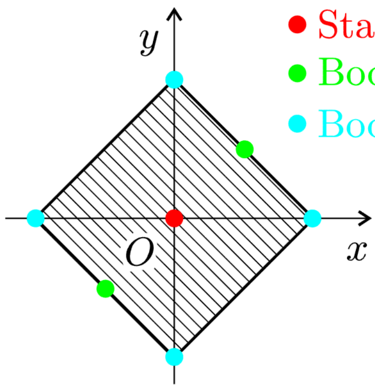
♠ Vázané minimum je $\frac{1}{4}$, body vázaného minima jsou body $S_{1,3}$.

Shrnutí dílčích výsledků:



- Stacionární bod na vnitřku množiny M
- Body vázaného minima
- Body vázaného maxima

Shrnutí dílčích výsledků:



- Stacionární bod na vnitřku množiny M
- Body vázaného minima
- Body vázaného maxima

Závěr: Funkce f má na množině M jeden bod absolutního minima $S_1 = [0, 0]$, $f(0, 0) = 0$ a čtyři body absolutního maxima $A = [1, 0]$, $B = [0, 1]$, $C = [-1, 0]$, $D = [0, -1]$, v těchto bodech je funkční hodnota rovna 1.

Konec