Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1$ na množině

$$M = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x \geq 0,\ y \leq 0,\ y \leq x + 11 \right\}.$$

Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1$ na množině

$$M = \left\{ [x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x \geq 0,\ y \leq 0,\ y \leq x + 11 \right\}.$$

Řešení. Nejprve v souřadnicové rovině zakresleme množinu M.

Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1$ na množině

$$M = \left\{ [x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x \geq 0,\ y \leq 0,\ y \leq x + 11 \right\}.$$

Řešení. Nejprve v souřadnicové rovině zakresleme množinu M.

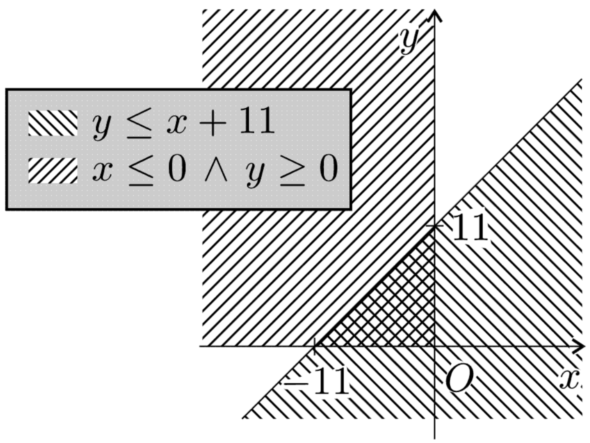
Množina M je vymezena trojicí přímek $y = 0$, $x = 0$ a $y - x = 11$.

Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1$ na množině

$$M = \left\{ [x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x \geq 0,\ y \leq 0,\ y \leq x + 11 \right\}.$$

Řešení. Nejprve v souřadnicové rovině zakresleme množinu M.

Množina M je vymezena trojicí přímek $y = 0$, $x = 0$ a $y - x = 11$. Celkem tedy dostáváme

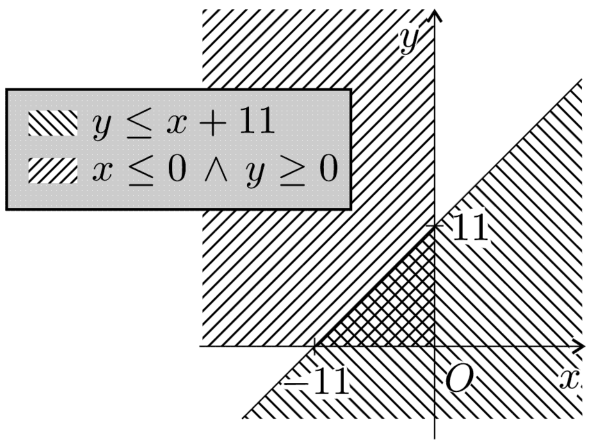


Příklad. Najděte absolutní extrémy funkce $f(x,y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1$ na množině

$$M = \left\{ [x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x \geq 0,\ y \leq 0,\ y \leq x + 11 \right\}.$$

Řešení. Nejprve v souřadnicové rovině zakresleme množinu M.

Množina M je vymezena trojicí přímek $y = 0$, $x = 0$ a $y - x = 11$. Celkem tedy dostáváme



Určíme stacionární body funkce f uvnitř M.

Spočtěme parciální derivace prvního řádu funkce f:

$$\left\{\begin{array}{lcl} f'_x(x,y) & \equiv & \Big(x^2+2xy-4x+8y+1\Big)'_x = \\ & & \end{array}\right.$$

Spočtěme parciální derivace prvního řádu funkce f:

$$\begin{cases} f'_x(x,y) \quad \equiv \quad \left(x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\right)'_x = 2x + 2y - 4 = 0; \\ \end{cases}$$

Spočtěme parciální derivace prvního řádu funkce f:

$$\left\{\begin{array}{lcl} f'_x(x,y) & \equiv & \Big(x^2+2xy-4x+8y+1\Big)'_x = 2x+2y-4=0; \\ f'_y(x,y) & \equiv & \end{array}\right.$$

Spočtěme parciální derivace prvního řádu funkce f:

$$\begin{cases} f'_x(x,y) & \equiv & \Big(x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\Big)'_x = 2x + 2y - 4 = 0; \\ f'_y(x,y) & \equiv & 2x + 8 = 0. \end{cases}$$

Spočtěme parciální derivace prvního řádu funkce f:

$$\begin{cases} f'_x(x,y) & \equiv & \left(x^2+2xy-4x+8y+1\right)'_x = 2x+2y-4=0; \\ f'_y(x,y) & \equiv & 2x+8=0. \end{cases}$$

Z druhé rovnice máme $x=-4$, což dosazením do první rovnice dává $y=6$.

Spočtěme parciální derivace prvního řádu funkce f:

$$\begin{cases} f'_x(x,y) & \equiv & \left(x^2+2xy-4x+8y+1\right)'_x = 2x+2y-4=0; \\ f'_y(x,y) & \equiv & 2x+8=0. \end{cases}$$

Z druhé rovnice máme $x=-4$, což dosazením do první rovnice dává $y=6$.

Máme tedy první bod podezřelý z absolutního extrému: $S_1=[-4,6]\in M$.

Spočtěme parciální derivace prvního řádu funkce f:

$$\begin{cases} f'_x(x,y) & \equiv & \left(x^2+2xy-4x+8y+1\right)'_x = 2x+2y-4=0; \\ f'_y(x,y) & \equiv & 2x+8=0. \end{cases}$$

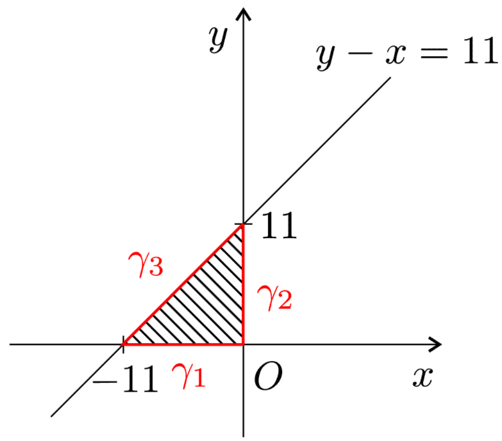
Z druhé rovnice máme $x=-4$, což dosazením do první rovnice dává $y=6$.

Máme tedy první bod podezřelý z absolutního extrému: $S_1=[-4,6]\in M$.

Nyní budeme vyšetřovat extrémy vázané na hranici M.

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).

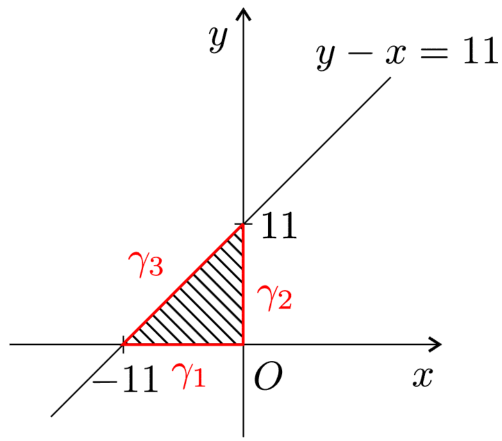
Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).



$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).

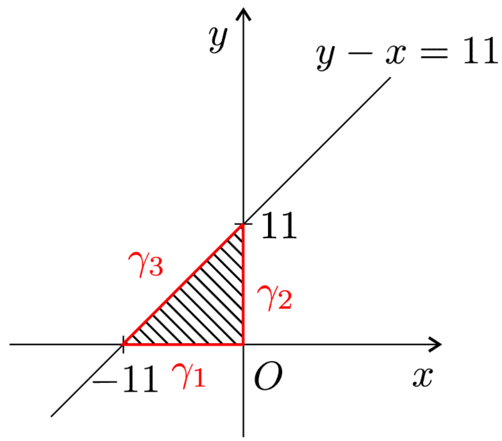


$$\gamma = \partial M \ldots \text{ hranice množiny } M$$

$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0 \rangle\}$

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).

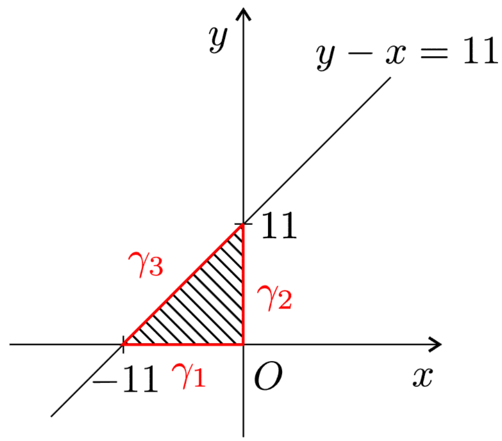


$$\gamma = \partial M \ldots \text{ hranice množiny } M$$

$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0 \rangle\}$ a označme f_1 zúžení funkce f na γ_1.

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).



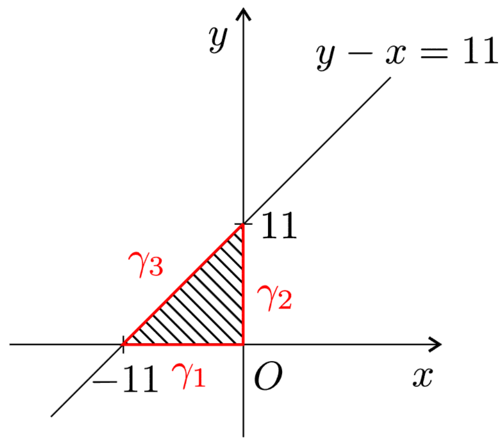
$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0 \rangle\}$ a označme f_1 zúžení funkce f na γ_1. Potom

$$f_1(x) = f(x, 0) =$$

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).



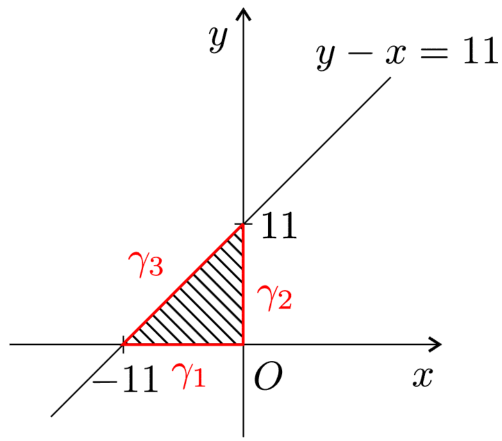
$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0 \rangle\}$ a označme f_1 zúžení funkce f na γ_1. Potom

$$f_1(x) = f(x, 0) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{y=0} =$$

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).

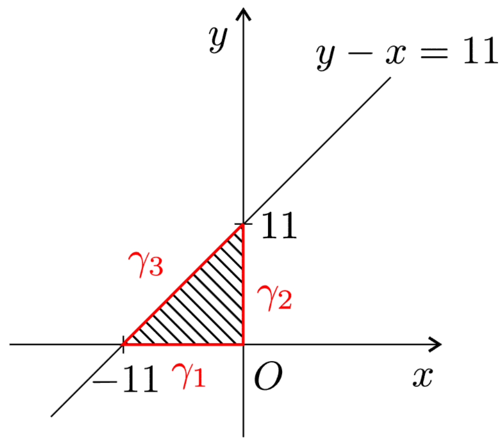


$$\gamma = \partial M \ldots \text{ hranice množiny } M$$
$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_1 zúžení funkce f na γ_1. Potom

$$f_1(x) = f(x, 0) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{y=0} = x^2 - 4x + 1.$$

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).



$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

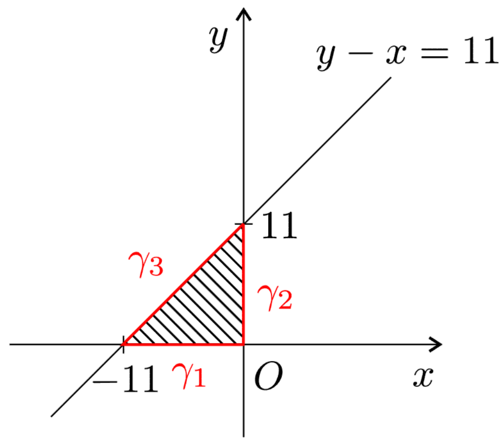
$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_1 zúžení funkce f na γ_1. Potom

$$f_1(x) = f(x, 0) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{y=0} = x^2 - 4x + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_1 pro $x \in \langle -11, 0\rangle$: $f_1'(x) \equiv$

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).



$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

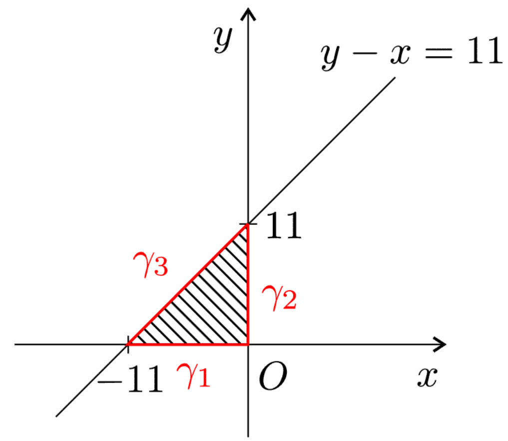
$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_1 zúžení funkce f na γ_1. Potom

$$f_1(x) = f(x, 0) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{y=0} = x^2 - 4x + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_1 pro $x \in \langle -11, 0\rangle$: $f_1'(x) \equiv 2x - 4$

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).



$$\gamma = \partial M \ldots \text{ hranice množiny } M$$

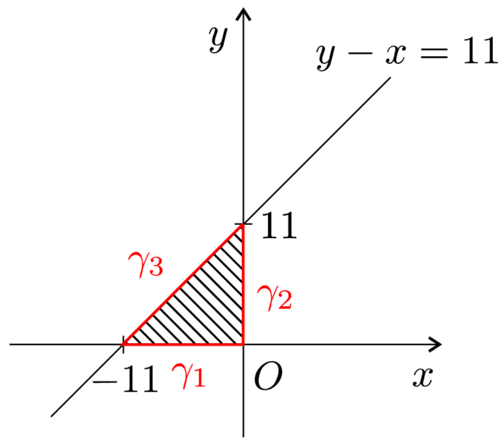
$$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_1 zúžení funkce f na γ_1. Potom

$$f_1(x) = f(x,0) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{y=0} = x^2 - 4x + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_1 pro $x \in \langle -11, 0\rangle$: $f_1'(x) \equiv 2x - 4 = 0$

Hranici popíšeme po částech jako sjednocení křivek γ_1, γ_2 a γ_3 (viz obrázek).



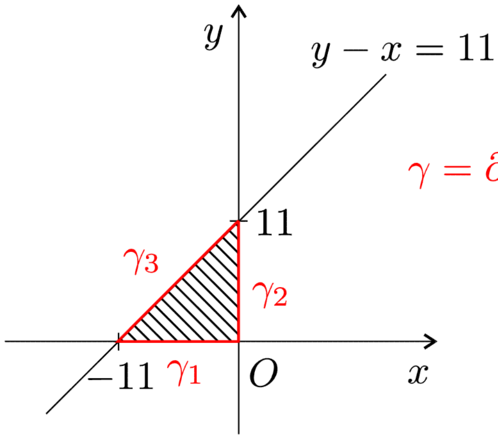
$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Uvažujme křivku $\gamma_1 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = 0,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_1 zúžení funkce f na γ_1. Potom

$$f_1(x) = f(x, 0) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{y=0} = x^2 - 4x + 1.$$

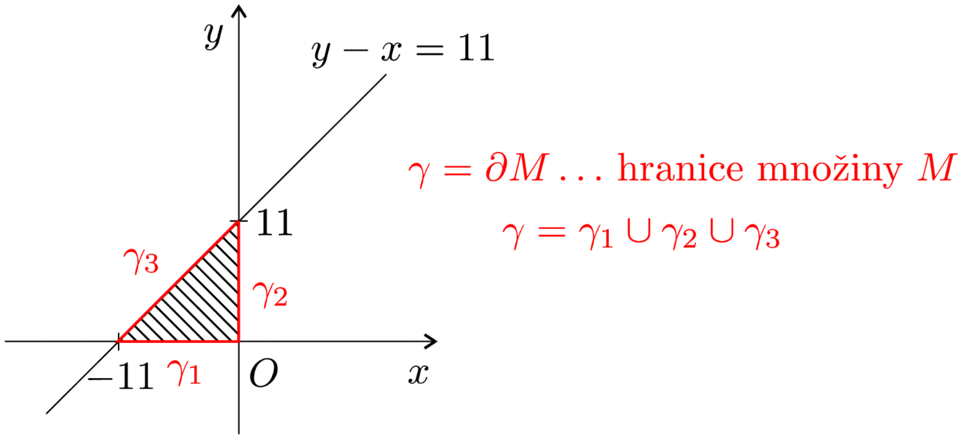
Vyšetřujme stacionární body funkce f_1 pro $x \in \langle -11, 0\rangle$: $f_1'(x) \equiv 2x - 4 = 0 \Longrightarrow x = 2 \in \langle -11, 0\rangle$;



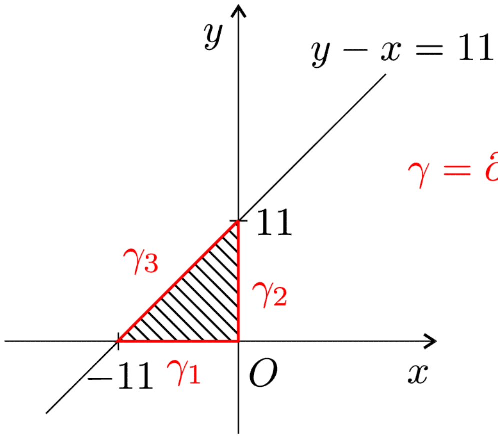
$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11 \rangle\}$



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11 \rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2.

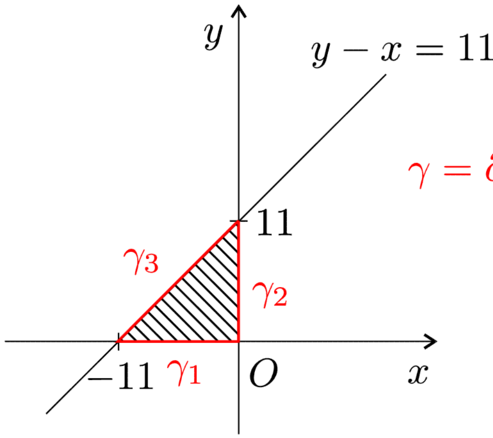


$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0, y) =$$

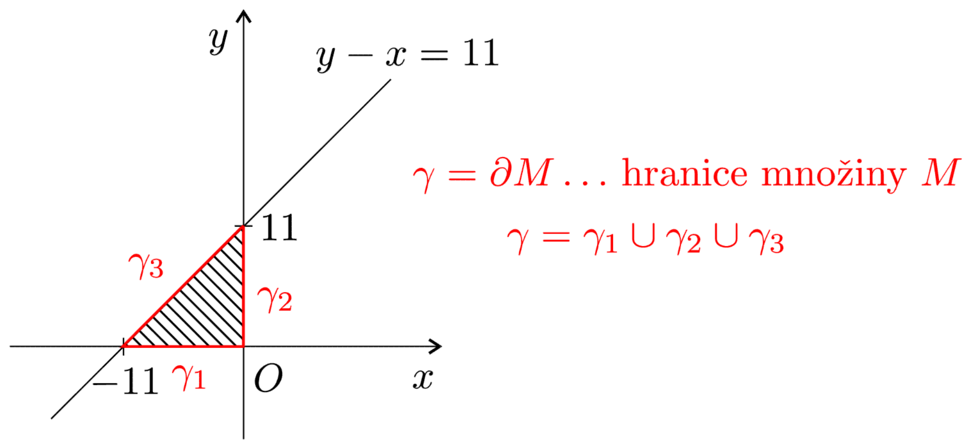


$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

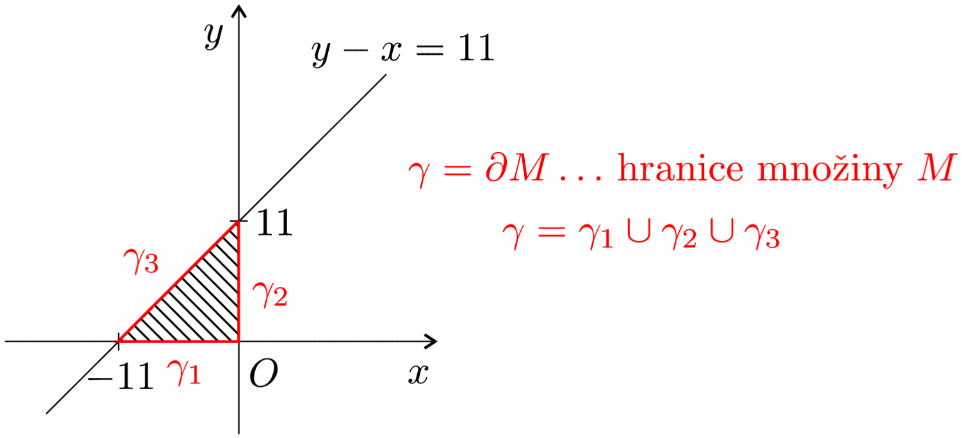
- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11 \rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} =$$



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11 \rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

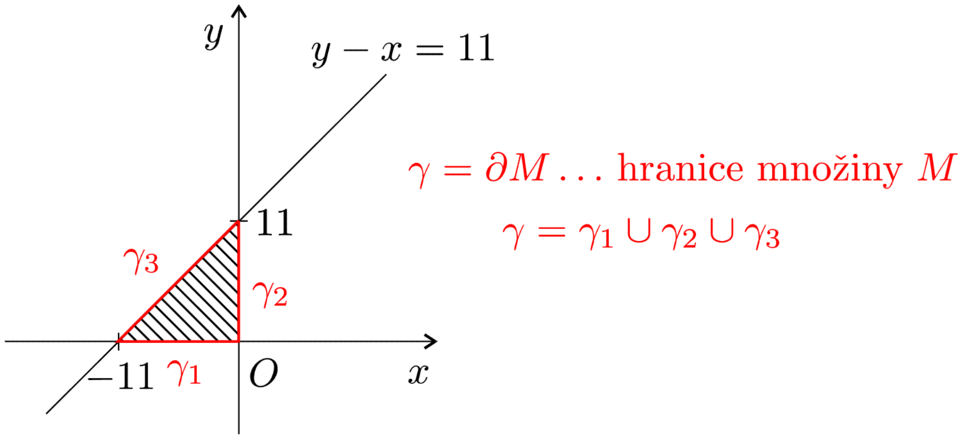
$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

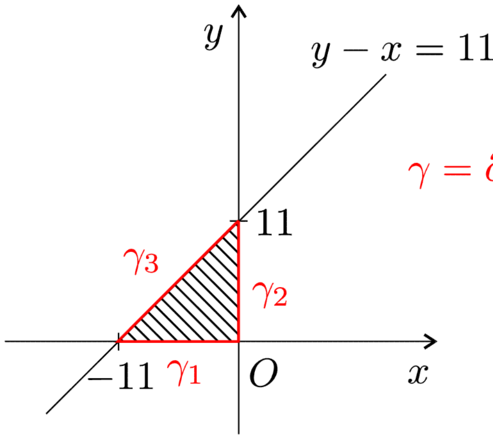
Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$:



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0,y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv$



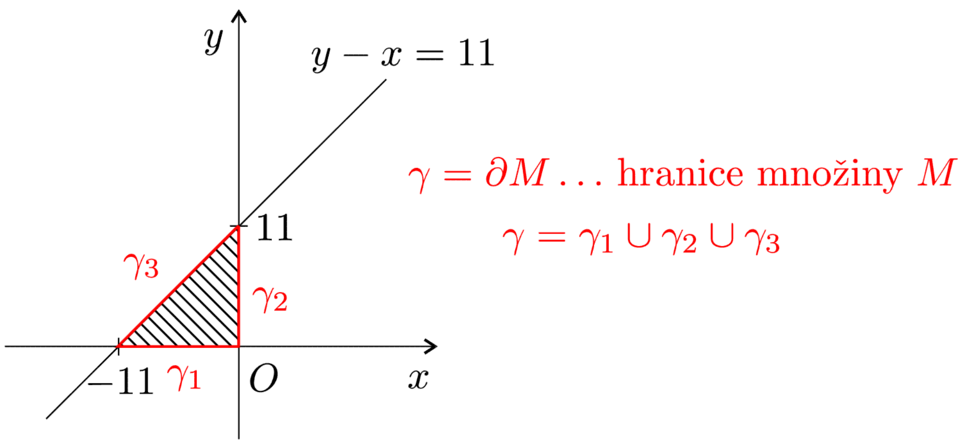
$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

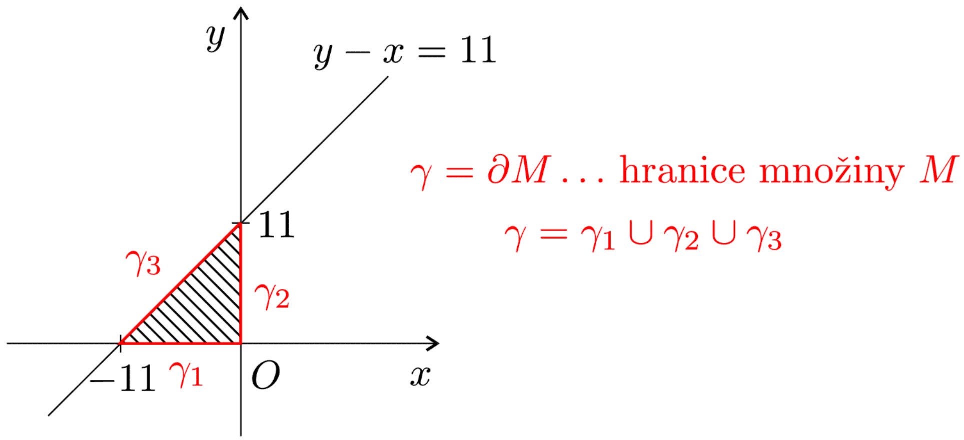
Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$,



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

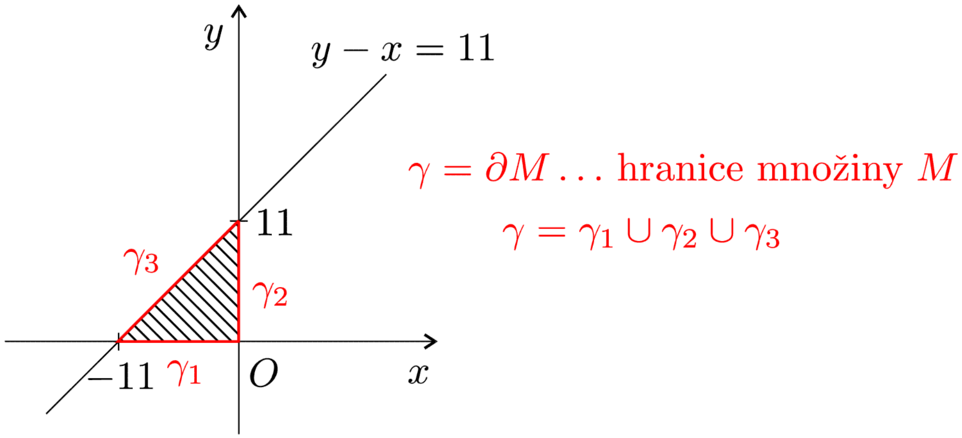


- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0,y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

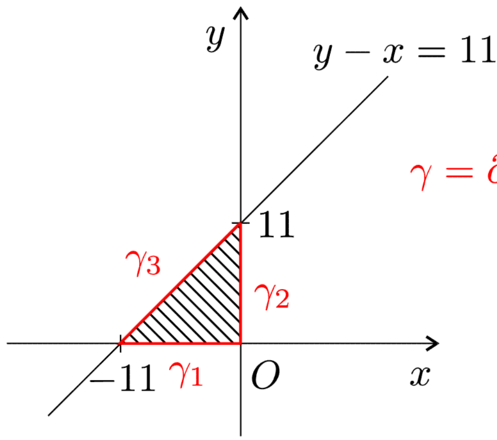
- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

  Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;
- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_3 zúžení funkce f na γ_3.



$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

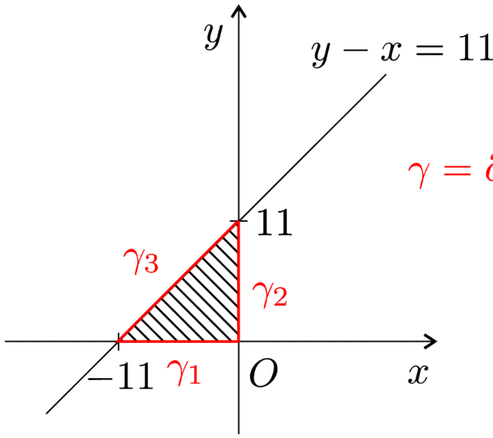
- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0,y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_3 zúžení funkce f na γ_3. Potom

$$f_3(x) = f(x, x+11) =$$



$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

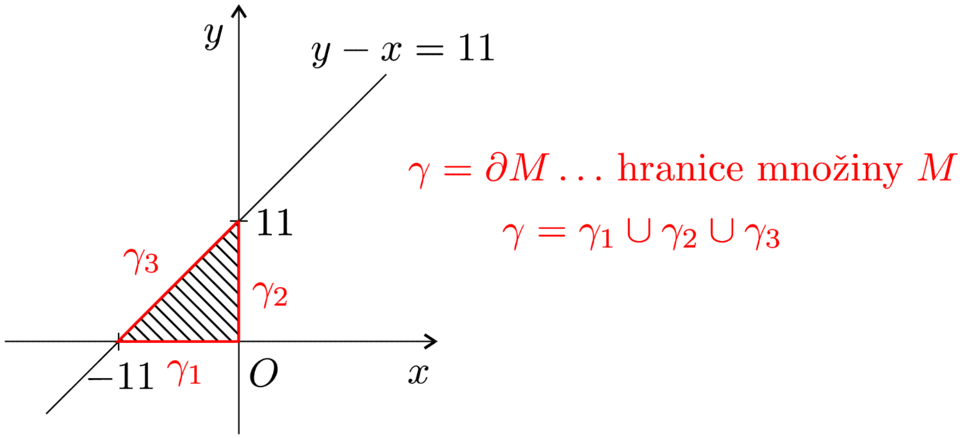
- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_3 zúžení funkce f na γ_3. Potom

$$f_3(x) = f(x, x + 11) = x^2 + 2x(x + 11) - 4x + 8(x + 11) + 1 =$$



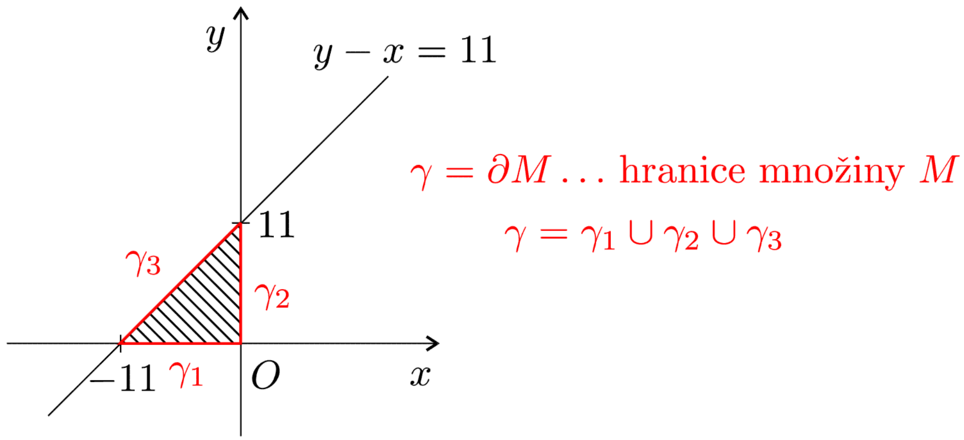
- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_3 zúžení funkce f na γ_3. Potom

$$f_3(x) = f(x, x + 11) = x^2 + 2x(x + 11) - 4x + 8(x + 11) + 1 = 3x^2 + 26x + 88.$$



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

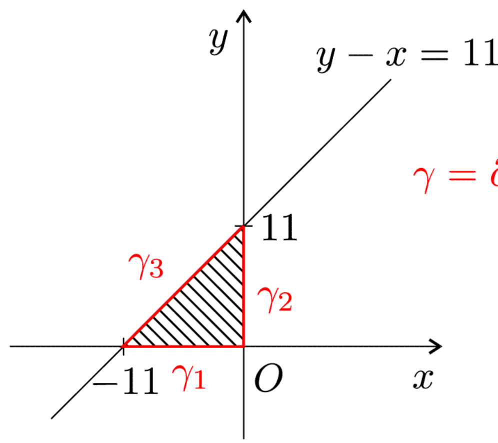
$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_3 zúžení funkce f na γ_3. Potom

$$f_3(x) = f(x, x + 11) = x^2 + 2x(x + 11) - 4x + 8(x + 11) + 1 = 3x^2 + 26x + 88.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_3 pro $x \in \langle -11, 0\rangle$: $f_3'(x) \equiv$



$\gamma = \partial M \ldots$ hranice množiny M

$\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3$

- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

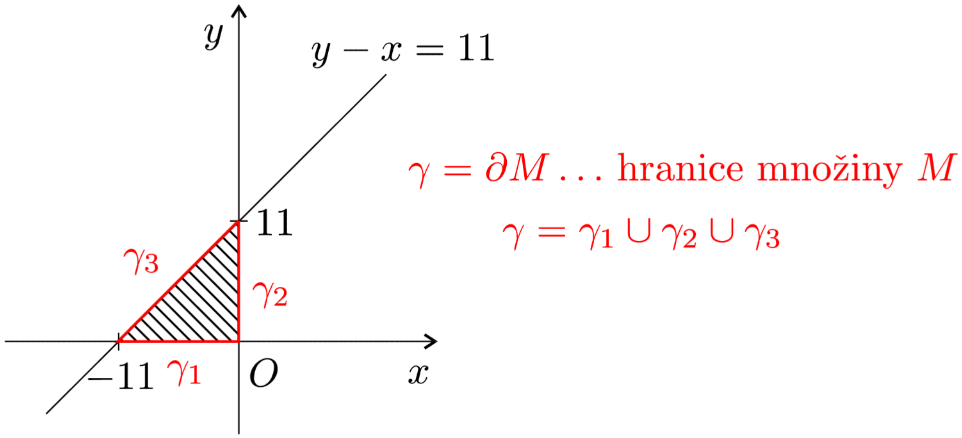
$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_3 zúžení funkce f na γ_3. Potom

$$f_3(x) = f(x, x + 11) = x^2 + 2x(x + 11) - 4x + 8(x + 11) + 1 = 3x^2 + 26x + 88.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_3 pro $x \in \langle -11, 0\rangle$: $f_3'(x) \equiv 6x + 26$



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

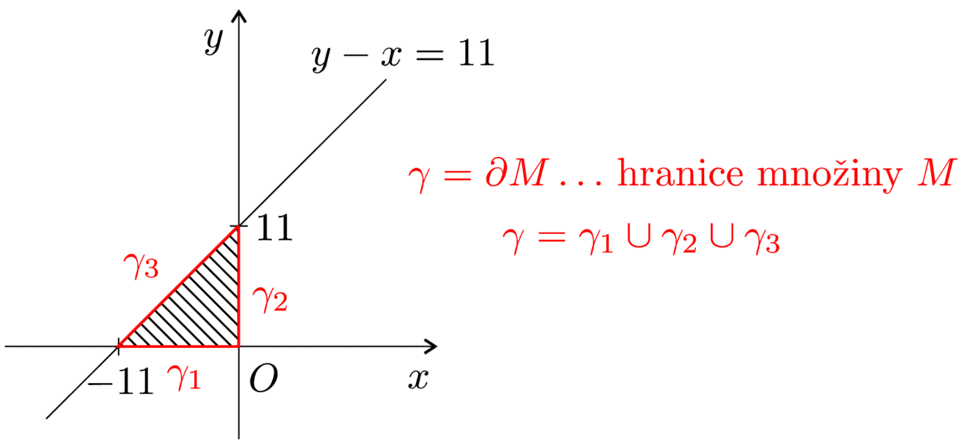
$$f_2(y) = f(0, y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1 \right|_{x=0} = 8y + 1.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x, y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_3 zúžení funkce f na γ_3. Potom

$$f_3(x) = f(x, x + 11) = x^2 + 2x(x + 11) - 4x + 8(x + 11) + 1 = 3x^2 + 26x + 88.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_3 pro $x \in \langle -11, 0\rangle$: $f_3'(x) \equiv 6x + 26 = 0$



- Podobně pro $\gamma_2 := \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x = 0,\ y \in \langle 0, 11\rangle\}$ označme f_2 zúžení funkce f na γ_2. Potom

$$f_2(y) = f(0,y) = \left. x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\right|_{x=0} = 8y + 1.$$

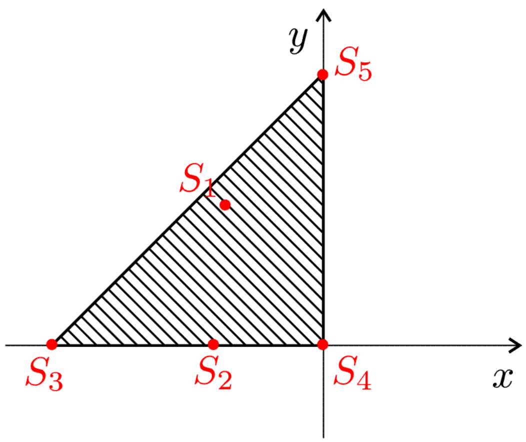
Vyšetřujme stacionární body funkce f_2 pro $y \in \langle 0, 11\rangle$: $f_2'(x) \equiv 8 \neq 0$, tedy na γ_2 extrém není;

- Nakonec pro $\gamma_3 := \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ y = x + 11,\ x \in \langle -11, 0\rangle\}$ a označme f_3 zúžení funkce f na γ_3. Potom

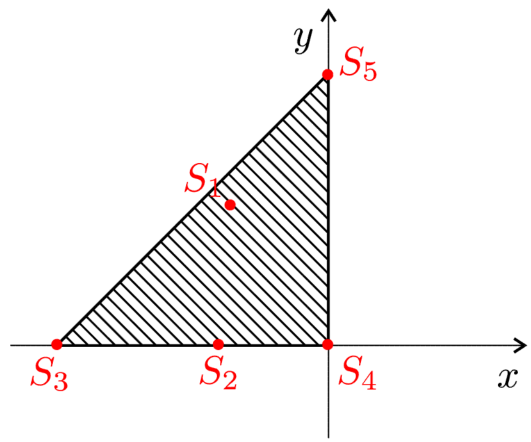
$$f_3(x) = f(x, x+11) = x^2 + 2x(x+11) - 4x + 8(x+11) + 1 = 3x^2 + 26x + 88.$$

Vyšetřujme stacionární body funkce f_3 pro $x \in \langle -11, 0\rangle$: $f_3'(x) \equiv 6x + 26 = 0 \Longrightarrow x = -\frac{13}{3} \in \langle -11, 0\rangle$, což vede na druhý bod podezřelý z absolutního extrému: $S_2 = [-\frac{13}{3}, \frac{20}{3}] \in M$.

Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy" množiny M.

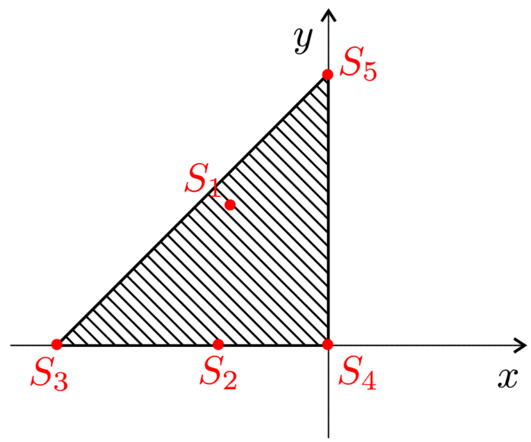


Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy" množiny M.



Celkem tedy máme pět bodů podezřelých z extrému: $S_1 = [-4, 6]$, $S_2 = [-13/3, 20/3]$, $S_3[-11, 0]$, $S_4[0, 0]$ a $S_5 = [0, 11]$.

Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy" množiny M.

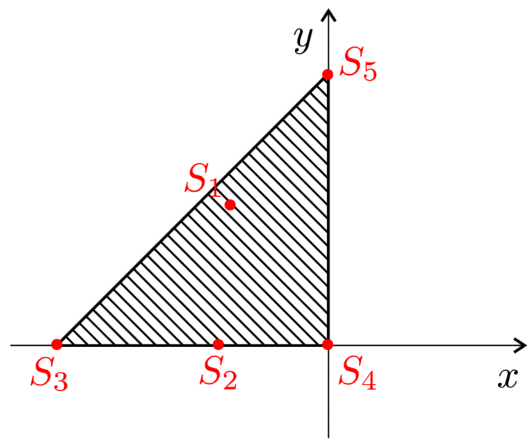


Celkem tedy máme pět bodů podezřelých z extrému: $S_1 = [-4, 6]$, $S_2 = [-13/3, 20/3]$, $S_3[-11, 0]$, $S_4[0, 0]$ a $S_5 = [0, 11]$.

Spočtěme $f(S_i) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\Big|_{S_i}$ pro $i = 1$ až 5 :

$$f(S_1) =$$

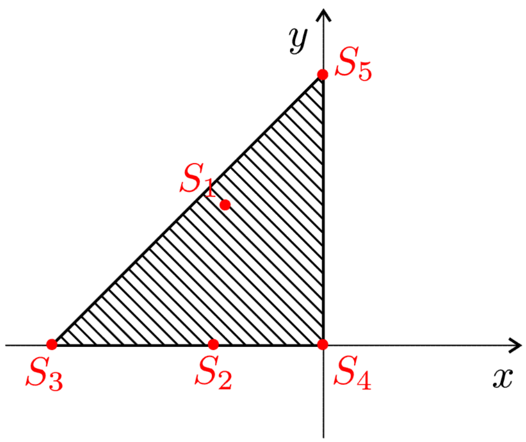
Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy" množiny M.



Celkem tedy máme pět bodů podezřelých z extrému: $S_1 = [-4, 6]$, $S_2 = [-13/3, 20/3]$, $S_3[-11, 0]$, $S_4[0, 0]$ a $S_5 = [0, 11]$.
Spočtěme $f(S_i) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\Big|_{S_i}$ pro $i = 1$ až 5 :

$$f(S_1) = 33, f(S_2) =$$

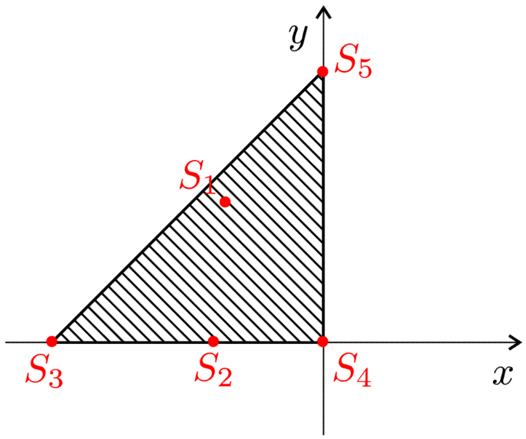
Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy" množiny M.



Celkem tedy máme pět bodů podezřelých z extrému: $S_1 = [-4, 6]$, $S_2 = [-13/3, 20/3]$, $S_3[-11, 0]$, $S_4[0, 0]$ a $S_5 = [0, 11]$.
Spočtěme $f(S_i) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\Big|_{S_i}$ pro $i = 1$ až 5 :

$$f(S_1) = 33, f(S_2) = \frac{98}{3}, f(S_3) =$$

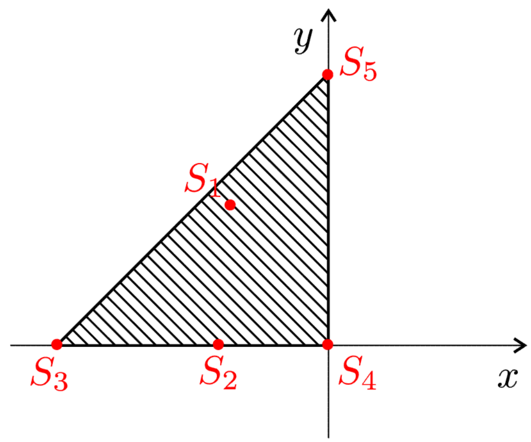
Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy" množiny M.



Celkem tedy máme pět bodů podezřelých z extrému: $S_1 = [-4, 6]$, $S_2 = [-13/3, 20/3]$, $S_3[-11, 0]$, $S_4[0, 0]$ a $S_5 = [0, 11]$.
Spočtěme $f(S_i) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\Big|_{S_i}$ pro $i = 1$ až 5 :

$$f(S_1) = 33, f(S_2) = \frac{98}{3}, f(S_3) = 1, f(S_4) =$$

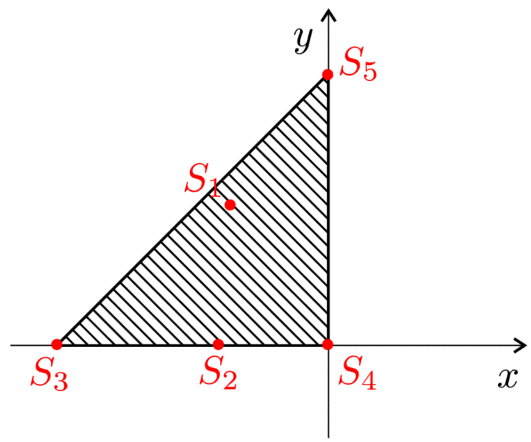
Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy“ množiny M.



Celkem tedy máme pět bodů podezřelých z extrému: $S_1 = [-4, 6]$, $S_2 = [-13/3, 20/3]$, $S_3[-11, 0]$, $S_4[0, 0]$ a $S_5 = [0, 11]$.
Spočtěme $f(S_i) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\Big|_{S_i}$ pro $i = 1$ až 5 :

$$f(S_1) = 33, f(S_2) = \frac{98}{3}, f(S_3) = 1, f(S_4) = 89, f(S_5) =$$

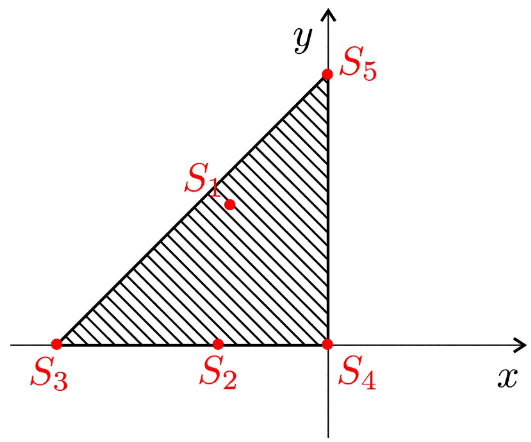
Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy" množiny M.



Celkem tedy máme pět bodů podezřelých z extrému: $S_1 = [-4, 6]$, $S_2 = [-13/3, 20/3]$, $S_3[-11, 0]$, $S_4[0, 0]$ a $S_5 = [0, 11]$.
Spočtěme $f(S_i) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\Big|_{S_i}$ pro $i = 1$ až 5 :

$$f(S_1) = 33, f(S_2) = \frac{98}{3}, f(S_3) = 1, f(S_4) = 89, f(S_5) = 166.$$

Zbývá vyšetřit poslední kritické body, ve kterých by uvažovaná funkce mohla nabývat svého absolutního extrému. Jsou to body, v nichž se spojují jednotlivé segmenty hranice, tzv. ,,rohy" množiny M.



Celkem tedy máme pět bodů podezřelých z extrému: $S_1 = [-4, 6]$, $S_2 = [-13/3, 20/3]$, $S_3[-11, 0]$, $S_4[0, 0]$ a $S_5 = [0, 11]$.
Spočtěme $f(S_i) = x^2 + 2xy - 4x + 8y + 1\Big|_{S_i}$ pro $i = 1$ až 5 :

$$f(S_1) = 33, f(S_2) = \frac{98}{3}, f(S_3) = 1, f(S_4) = 89, f(S_5) = 166.$$

Celkem dostáváme: absolutní maximum v bodě S_5 a absolutní minimum v bodě S_3.