Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Řešení. Nejdříve najdeme stacionární body funkce T uvnitř desky, pokud existují:

$$\begin{cases} T'_x(x, y) \equiv 2x - 1 = 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{2}; \\ \end{cases}$$

Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Řešení. Nejdříve najdeme stacionární body funkce T uvnitř desky, pokud existují:

$$\left\{\begin{array}{rcl} T'_x(x,y) \equiv 2x - 1 & = & 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{2}; \\ T'_y(x,y) \equiv 4y & = & 0 \Longrightarrow y = 0. \end{array}\right.$$

Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Řešení. Nejdříve najdeme stacionární body funkce T uvnitř desky, pokud existují:

$$\begin{cases} T'_x(x, y) \equiv 2x - 1 = 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{2}; \\ T'_y(x, y) \equiv 4y = 0 \Longrightarrow y = 0. \end{cases}$$

Vychází jediný stacionární bod $S_1 = [\frac{1}{2}, 0]$ ležící uvnitř kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$.

Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \le 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Řešení. Nejdříve najdeme stacionární body funkce T uvnitř desky, pokud existují:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} T'_x(x,y) \equiv 2x - 1 & = & 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{2}; \\ T'_y(x,y) \equiv 4y & = & 0 \Longrightarrow y = 0. \end{array} \right.$$

Vychází jediný stacionární bod $S_1 = [\frac{1}{2}, 0]$ ležící uvnitř kruhu $x^2 + y^2 \le 1$.

Extrémy vázané na hranici desky:

Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Řešení. Nejdříve najdeme stacionární body funkce T uvnitř desky, pokud existují:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} T'_x(x, y) \equiv 2x - 1 & = & 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{2}; \\ T'_y(x, y) \equiv 4y & = & 0 \Longrightarrow y = 0. \end{array} \right.$$

Vychází jediný stacionární bod $S_1 = [\frac{1}{2}, 0]$ ležící uvnitř kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$.

Extrémy vázané na hranici desky: Hranice vyšetřované desky je popsána rovnicí: $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2$, $x \in \langle -1, 1 \rangle$, odtud ihned dostáváme předpis zúžení funkce teploty T na hranici desky:

$$T(x, y) = x^2 + 2\left(1 - x^2\right) - x = -x^2 - x + 2 \equiv f(x),$$

Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Řešení. Nejdříve najdeme stacionární body funkce T uvnitř desky, pokud existují:

$$\begin{cases} T'_x(x, y) \equiv 2x - 1 = 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{2}; \\ T'_y(x, y) \equiv 4y = 0 \Longrightarrow y = 0. \end{cases}$$

Vychází jediný stacionární bod $S_1 = [\frac{1}{2}, 0]$ ležící uvnitř kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$.

Extrémy vázané na hranici desky: Hranice vyšetřované desky je popsána rovnicí: $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2$, $x \in \langle -1, 1 \rangle$, odtud ihned dostáváme předpis zúžení funkce teploty T na hranici desky:

$$T(x, y) = x^2 + 2\left(1 - x^2\right) - x = -x^2 - x + 2 \equiv f(x),$$

a dále $f'(x) \equiv -2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \in \langle -1, 1 \rangle$, což je stacionární bod pomocné funkce f; vypočítáme druhou souřadnici příslušného vázaného extrému:

Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Řešení. Nejdříve najdeme stacionární body funkce T uvnitř desky, pokud existují:

$$\begin{cases} T'_x(x, y) \equiv 2x - 1 = 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{2}; \\ T'_y(x, y) \equiv 4y = 0 \Longrightarrow y = 0. \end{cases}$$

Vychází jediný stacionární bod $S_1 = [\frac{1}{2}, 0]$ ležící uvnitř kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$.

Extrémy vázané na hranici desky: Hranice vyšetřované desky je popsána rovnicí: $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2$, $x \in \langle -1, 1 \rangle$, odtud ihned dostáváme předpis zúžení funkce teploty T na hranici desky:

$$T(x, y) = x^2 + 2\left(1 - x^2\right) - x = -x^2 - x + 2 \equiv f(x),$$

a dále $f'(x) \equiv -2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \in \langle -1, 1 \rangle$, což je stacionární bod pomocné funkce f; vypočítáme druhou souřadnici příslušného vázaného extrému: $y^2 = 1 - x^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,

Příklad. Zahříváme plochou kovovou desku ve tvaru kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$, nechť teplota v bodě $X = [x, y]$ této desky je dána funkcí $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$. Najděte nejchladnější a nejteplejší bod desky a příslušnou největší a nejmenší teplotu.

Řešení. Nejdříve najdeme stacionární body funkce T uvnitř desky, pokud existují:

$$\begin{cases} T'_x(x, y) \equiv 2x - 1 &= 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{2}; \\ T'_y(x, y) \equiv 4y &= 0 \Longrightarrow y = 0. \end{cases}$$

Vychází jediný stacionární bod $S_1 = [\frac{1}{2}, 0]$ ležící uvnitř kruhu $x^2 + y^2 \leq 1$.

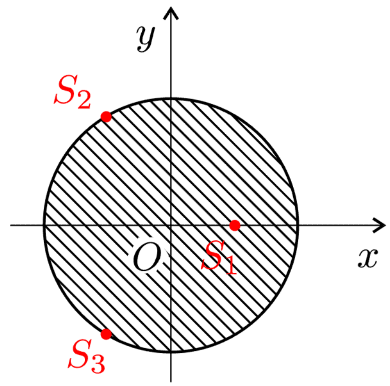
Extrémy vázané na hranici desky: Hranice vyšetřované desky je popsána rovnicí: $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2$, $x \in \langle -1, 1 \rangle$, odtud ihned dostáváme předpis zúžení funkce teploty T na hranici desky:

$$T(x, y) = x^2 + 2\left(1 - x^2\right) - x = -x^2 - x + 2 \equiv f(x),$$

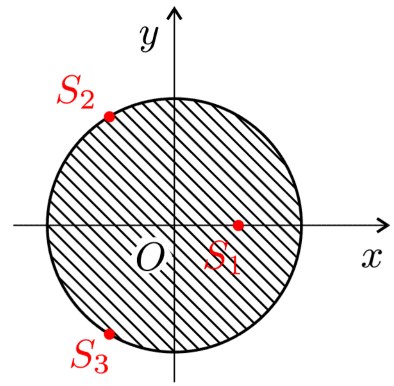
a dále $f'(x) \equiv -2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \in \langle -1, 1 \rangle$, což je stacionární bod pomocné funkce f; vypočítáme druhou souřadnici příslušného vázaného extrému: $y^2 = 1 - x^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, tedy dostáváme dvě hodnoty $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, a dva body $S_2 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ a $S_3 = \left[-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$.

Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:

Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:



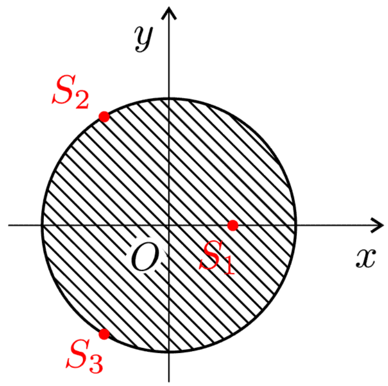
Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:



Přičemž máme

$$T(S_1) = T\left(\frac{1}{2}, 0\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=\frac{1}{2}, y=0} =$$

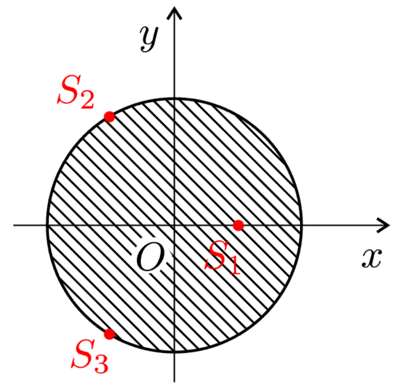
Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:



Přičemž máme

$$T(S_1) = T\left(\frac{1}{2}, 0\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=\frac{1}{2}, y=0} = \frac{1}{4} + 0 - \frac{1}{2} =$$

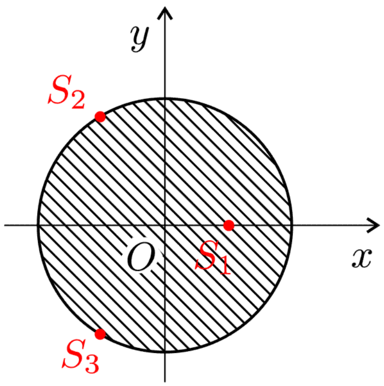
Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:



Přičemž máme

$$T(S_1) = T\left(\frac{1}{2}, 0\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=\frac{1}{2}, y=0} = \frac{1}{4} + 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4},$$

Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:



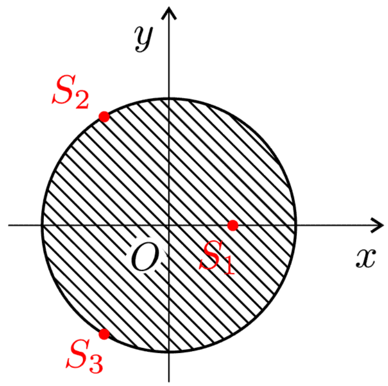
Přičemž máme

$$T(S_1) = T\left(\frac{1}{2}, 0\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=\frac{1}{2}, y=0} = \frac{1}{4} + 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4},$$

a dále

$$T(S_{2,3}) = T\left(-\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=-\frac{1}{2}, y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}} =$$

Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:



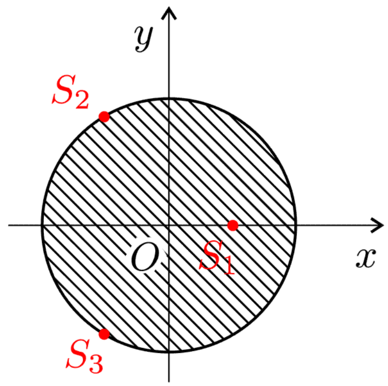
Přičemž máme

$$T(S_1) = T\left(\frac{1}{2}, 0\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=\frac{1}{2}, y=0} = \frac{1}{4} + 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4},$$

a dále

$$T(S_{2,3}) = T\left(-\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=-\frac{1}{2}, y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{4} + 2\cdot\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) =$$

Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:



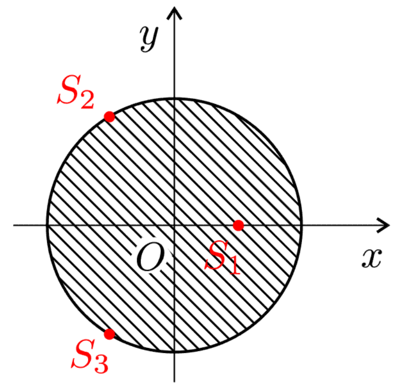
Přičemž máme

$$T(S_1) = T\left(\frac{1}{2}, 0\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=\frac{1}{2}, y=0} = \frac{1}{4} + 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4},$$

a dále

$$T(S_{2,3}) = T\left(-\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=-\frac{1}{2}, y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}.$$

Celkem nám vychází tři body podezřelé z extrému:



Přičemž máme

$$T(S_1) = T\left(\frac{1}{2}, 0\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=\frac{1}{2}, y=0} = \frac{1}{4} + 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4},$$

a dále

$$T(S_{2,3}) = T\left(-\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x^2 + 2y^2 - x\Big|_{x=-\frac{1}{2}, y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}.$$

Tedy nejmenší teplotu $T(S_1) = -\frac{1}{4}\ ^\circ C = -0,25\ ^\circ C$ bude mít deska v bodě $S_1 = \left[\frac{1}{2}, 0\right]$, největší teplota $T(S_2) = T(S_3) = \frac{9}{4}\ ^\circ C = 2,25\ ^\circ C$ bude shodně ve dvou bodech $S_{2,3} = \left[-\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$.