

Příklad 5.2. Vypočtěte parciální derivace prvního řádu v bodě $A = [0, 0, a]$ funkce $z = f(x, y)$, která je dána implicitně rovnicí

$$x \cos y + y \cos z + z \cos x = a.$$

Řešení.

$$\begin{array}{l} F(x, y, z) = x \cos y + y \cos z + z \cos x - a \\ F'_x(x, y, z) = \cos y - z \sin x \\ F'_y(x, y, z) = \cos z - x \sin y \\ F'_z(x, y, z) = \cos x - y \sin z \end{array} \left| \begin{array}{l} F'_x(A) = 1 \\ F'_y(A) = \cos a \\ F'_z(A) = 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} z'_x(A) &= -\frac{F'_x(A)}{F'_z(A)} = -\frac{1}{1} = -1 \\ z'_y(A) &= -\frac{F'_y(A)}{F'_z(A)} = -\frac{\cos a}{1} = -\cos a \end{aligned}$$

Komentář.

$$\begin{aligned} (x \cos y + y \cos z + z \cos x - a)'_x &= (x \cos y)'_x + (y \cos z)'_x + (z \cos x - a)'_x \\ &= \cos y (x)'_x + 0 + z (\cos x)'_x - 0 \\ &= \cos y - z \sin x \end{aligned}$$